

**НАЦІОНАЛЬНИЙ ТЕХНІЧНИЙ УНІВЕРСИТЕТ УКРАЇНИ
«КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ
імені ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО»**

Навчально-науковий інститут аерокосмічних технологій

Кафедра авіа- та ракетобудування

«На правах рукопису»

УДК 629.735.33

До захисту допущено:

В. о. завідувача кафедри

_____ Петро ЛУК'ЯНОВ

«___» _____ 2024 р.

Магістерська дисертація

на здобуття ступеня магістра

за освітньо-професійною програмою «Літаки і вертольоти»

зі спеціальності 134 «Авіаційна та ракетно-космічна

техніка» на тему: «Віброзахист конструктивних елементів

планера літака»

Виконав:

студент II курсу другого (магістерського) рівня, групи АЛ-21мп

Гальченко Веніамін Юрійович _____

Керівник:

Доцент, к.ф.-м.н.

Лук'янов Петро Володимирович _____

Рецензент:

Професор, д.т.н.,

Збруцький Олександр Васильович _____

Засвідчую, що у цій магістерській
дисертації немає запозичень з праць
інших авторів без відповідних
посилань. Студент Гальченко В.Ю.

Київ – 2024 року

Національний технічний університет України
«Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського»
Навчально-науковий інститут аерокосмічних технологій
Кафедра авіа- та ракетобудування

Рівень вищої освіти – другий (магістерський)

Спеціальність – **134 «Авіаційна та ракетно-космічна техніка»**

Освітньо-професійна програма «Літаки і вертольоти»

ЗАТВЕРДЖУЮ
В. о. завідувача кафедри
_____ Петро ЛУК'ЯНОВ
«___» _____ 2023 р.

ЗАВДАННЯ

на магістерську дисертацію студенту

Гальченко Веніамін Юрійович

1. Тема дисертації «Віброзахист конструктивних елементів планера літака», науковий керівник дисертації Лук'янов Петро Володимирович, кандидат фіз.-мат. наук, старший науковий співробітник, затверджені наказом по університету від «_03_» листопада 2023 р. № 5134-с.

2. Термін подання студентом дисертації 26 грудня 2023 р.

3. Об'єкт дослідження багатоцільовий ЛА

4. Вихідні дані. Клас ЛА: багатоцільовий ЛА з великою тривалістю польоту. Злітна маса 1000-1500 кг. Швидкість польоту 120-200 км/год. Тривалість польоту 20-50 год. Дальність польоту 1500-2500 км.

5. Перелік завдань, які потрібно розробити

5.1. Огляд виникнення вібрацій . Методи віброзахисту

5.2. Визначення зовнішнього навантаження на ЛА

5.3. Визначення матеріалу. Вібраційний аналіз крила та ЛА

5.4. Опис геометричної моделі та математичної моделі

5.5. Опис статичної та динамічної перевірки

5.6. Порівняння структурного та модального методів. Моделювання лінійної та нелінійної аеропружної поведінки

5.7. Розробка стартап-проекту.

6. Орієнтовний перелік графічного (ілюстративного) матеріал

6.1. Огляд виникнення вібрацій

6.2. Математичний аналіз випадкових коливань ЛА

6.3. Модальний аналіз режимів

6.4. Аналіз випадкової вібрації. Структурний аналіз

6.5. Порівняння частот власних коливань

6.6. Випадкова вібрація крила

6.7. Програма MATLAB та форми режиму для різних значень коефіцієнта демпфування.

7. Орієнтовний перелік публікацій

7.1. Стаття у фаховому виданні.

7.2. Доповідь на науково-технічній конференції з публікацією тез.

8. Дата видачі завдання 07.09.2023 р.

Календарний план

№ з/п	Назва етапів виконання магістерської дисертації	Термін виконання етапів магістерської дисертації	Примітка
1.	Огляд чинників виникнення вібрацій, методів віброзахисту	до 22.09.2023 р.	
2.	Визначення зовнішнього навантаження на ЛА	до 06.10.2023 р.	
3.	Визначення матеріалу крила. Вібраційний аналіз крила ЛА	до 13.10.2023 р.	
4.	Опис геометричної моделі та математичної моделі	до 28.10.2023 р.	
5.	Опис статичної та динамічної перевірки	до 10.11.2023 р.	
6.	Порівняння структурного та модального методів. Моделювання лінійної та нелінійної аеропружної поведінки	до 03.12.2023 р.	
7.	Розробка стартап-проекту.	до 15.12.2023 р.	
8.	Оформлення пояснювальної записки та ілюстративного матеріалу. Попередній захист	до 29.12.2023 р.	
9.	Доопрацювання матеріалів дисертації. Перевірка на плагіат	до 15.01.2024 р.	

Студент

ГАЛЬЧЕНКО ВЕНІАМІН

Науковий керівник

ПЕТРО ЛУК'ЯНОВ

РЕФЕРАТ

Магістерська дисертація: «Віброзахист конструктивних елементів планера літака», 114 сторінок, 57 рисунків, 25 таблиць, 21 літературних джерел, 7 додатків.

Актуальність: кожен новий літак має особливості конструкції, які впливають безпосередньо на розподіл параметрів літака, які, у свою чергу, є безпосередньо відповідальними за виникнення тих чи інших частот вібрацій. Вібрації, що виникають під час експлуатації літаків, є наслідком різноманітних причин: вплив зовнішніх чинників на аеродинаміку, нерівномірності у конструкції.

Мета роботи: розглянути природу виникнення вібрацій, дати характеристику власним коливанням, виникненням випадкової вібрації, прорахунку небезпечних явищ, що спричинені зовнішніми факторами.

Об'єкт дослідження: крило літака.

Предмет дослідження: вивчення впливу чинників на вібрації крила, що виникають під час польоту, на основі математичного моделювання із застосуванням критерія виникнення вібрації крила.

Методи дослідження: математичне моделювання процесу вібрацій крила літального апарату в умовах виникнення випадкової вібрації за допомогою структурного, модального та вібраційного моделювання у середовищі Ansys Workbench, MS Excel. Для визначення форм режимів коливання для різних коефіцієнтів демпфування використано програмне забезпечення Matlab.

Наукова новизна: досліджена поведінка режимів коливання крила згину та кручення, під дією випадкової вібрації.

Практичне значення отриманих результатів: запропоновано підхід вібраційного дослідження моделі крила, що може бути використаний як

приклад розрахунку аналогів ЛА для попереднього проектування ЛА даного класу.

Апробація результатів дисертації: науково-практична конференція студентів та молодих вчених "Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку".

Публікації: "Авіа-ракетобудування: перспективи та напрямки розвитку".

Ключові слова: крило, вібрації, математична модель, моделювання.

Сучасні літаки, як складні технічні системи, піддаються впливу різноманітних зовнішніх чинників, які можуть призвести до виникнення вібрацій в конструктивних елементах. Вібрації в літаках спричиняються різноманітними факторами, такими як аеродинамічні навантаження, коливанням моторизованих систем, неоднорідності у повітряному середовищі та інші зовнішні впливи. Розуміння природи виникнення вібрацій та їх впливу на конструктивні елементи літака важливо для забезпечення безпечного та надійного польоту.

Дана робота спрямована на вивчення вібраційних явищ у конструктивних елементах літака, їх аналіз за для вдосконалення системи віброзахисту. У роботі розглядається природа виникнення вібрацій, надається характеристика власних коливанням та досліджуються аспекти виникнення випадкової вібрації. Особлива увага приділяється розрахунку та аналізу небезпечних явищ, спричинених зовнішніми факторами, які можуть впливати на структурну цілісність та ефективність літака.

Дослідження цих аспектів дозволяє визначити оптимальні методи віброзахисту, спрямовані на забезпечення найвищого рівня безпеки та функціональності літака в умовах впливу різноманітних експлуатаційних факторів. Знання про вплив вібрацій на конструктивні елементи літака та розробка ефективних заходів з їх мінімізації має велике значення для подальшого розвитку авіаційної техніки та забезпечення безпеки пасажирів та екіпажу.

ABSTRACT

Master's thesis: "Vibration protection of structural elements of an aircraft airframe", 114 pages, 57 figures, 25 tables, 21 literary sources, 7 appendices.

Relevance: each new aircraft has design features that directly affect the distribution of aircraft parameters, which, in turn, are directly responsible for the occurrence of certain vibration frequencies. Vibrations that occur during the operation of aircraft are the result of various reasons: the influence of external factors on aerodynamics, irregularities in the structure.

The purpose of the work: to consider the nature of the occurrence of vibrations, to characterize its own oscillations, the occurrence of random vibration, to calculate dangerous phenomena caused by external factors.

Object of research: an airplane wing.

The subject of the research: study of the influence of factors on wing vibrations that occur during flight, based on mathematical modeling using the wing vibration occurrence criterion.

Research methods: mathematical modeling of the vibration process of an aircraft wing under the conditions of occurrence of random vibration using structural, modal and vibrational modeling in the Ansys Workbench, MS Excel environment. Matlab software was used to determine the forms of oscillation modes for different damping coefficients.

Scientific novelty: the behavior of bending and twisting wing oscillation modes under the influence of random vibration has been investigated.

Practical significance of the obtained results: the approach of vibration study of the wing model is proposed, which can be used as an example of the calculation of aircraft analogs for the preliminary design of aircraft of this class.

Approbation of the results of the dissertation: scientific and practical conference of students and young scientists "Aviation-rocket construction: prospects and directions of development".

Publications: "Aviation-rocket construction: prospects and directions of development".

Key words: wing, vibrations, mathematical model, simulation.

Modern aircraft, as complex technical systems, are exposed to various external factors that can cause vibrations in structural elements. Vibrations in aircraft are caused by various factors, such as aerodynamic loads, oscillations of motorized systems, inhomogeneities in the air environment and other external influences. Understanding the nature of the occurrence of vibrations and their effect on the structural elements of the aircraft is important to ensure safe and reliable flight.

This work is aimed at the study of vibration phenomena in structural elements of the aircraft, their analysis for the improvement of the vibration protection system. The nature of the occurrence of vibrations is considered in the work, characteristics of natural oscillations are given, and aspects of the occurrence of random vibration are investigated. Particular attention is paid to the calculation and analysis of dangerous phenomena caused by external factors that can affect the structural integrity and efficiency of the aircraft.

The study of these aspects makes it possible to determine the optimal methods of vibration protection, aimed at ensuring the highest level of safety and functionality of the aircraft under the influence of various operational factors. Knowledge of the impact of vibrations on aircraft structural elements and the development of effective measures to minimize them is of great importance for the further development of aviation technology and ensuring the safety of passengers and crew.

ЗМІСТ

Перелік умовних скорочень	11
Вступ	12
РОЗДІЛ 1 Огляд виникнення вібрацій. Методи віброзахисту.....	13
1.1 Вібрація	13
1.2 Флаттер та дивергенція	15
1.3 Бафтинг.....	23
1.4 Загальні методи віброзахисту	24
1.5 Модальний аналіз	28
Висновки до розділу	31
РОЗДІЛ 2 Математичний аналіз випадкових вібрацій ЛА.....	32
2.1 Синусоїдальна вібрація	33
2.2 Середнє значення випадкової вібрації	37
2.3 Математичне сподівання вібрації.....	38
2.4 Імовірнісний аналіз вібрації	41
2.5 Розподіл Пуассона для розподілу подій(піки).....	42
Висновки до розділу	43
РОЗДІЛ 3 Аналіз вільних коливань крила літака. Розгляд як консольної балки.....	44
3.1 Теоретичний розрахунок	46

					АЛ21мп 03.14.20.00.00 ПЗ		
Змн.	Арк.	№ докум.	Підпис	Дата			
Розроб.		Гальченко В.Ю.			Віброзахист конструктивних елементів планера літака	Лім.	Арк.
Перевір.		Лук'янов П.В.					8
						Акрушів	
Н. контр		Поваров С.А.				КПІ ІМ. ІГОРЯ СІКОРСЬКОГО	
Затв.		Лук'янов П.В.				Каф. АРБ гр. АЛ-21мп	
							114

3.1.1 Аналіз профільованого крила NASA4415	49
3.2 Модальний аналіз режимів.....	51
3.3 Порівняння результатів	55
Висновки до розділу	56
РОЗДІЛ 4 Аналіз випадкової вібрації в ANSYS.....	57
4.1 Структурний аналіз	57
4.1.1 Структурний аналіз титанового сплаву	60
4.1.2 Структурний аналіз алюмінієвого сплаву	63
4.2 Порівняння частот власних коливань.....	67
4.3 Випадкова вібрація крила	70
Висновки до розділу	76
РОЗДІЛ 5 Стійкість крила літака до флаттера як функції коефіцієнта демпфування.....	77
5.1 Динамічна аеропружність	77
5.1.1 Тріпотіння	77
5.1.2 Несинхронні коливання	79
5.1.3 Силове реагування	80
5.2 Нестабільність	81
5.3 Аеропружна модель. Система з демпфування вільних коливань	83
5.3.1 Перезатухання	86
5.3.2 Критичне затухання	88
5.1.3 Незатухаючий рух	90
5.4 Програма MATLAB	92

Висновки до розділу	97
РОЗДІЛ 6 Розроблення Стартап проекту	98
6.1 Опис ідеї проекту	98
6.2 Технологічний аудит	99
6.3 Розроблення маркетингової програми стартап-проекту.....	108
Висновки до розділу	110
Висновки	111
Список використаних джерел	113

ПЕРЕЛІК УМОВНИХ СКОРОЧЕНЬ

ЛА – літальний апарат;

PDF - probability density

functions PSD - power

spectral density;

RMS - mean square value;

RPSD – The response is the power;

spectral density.

ВСТУП

Сучасні літаки, як складні технічні системи, піддаються впливу різноманітних зовнішніх чинників, які можуть викликати вібрації в їх конструктивних елементах. Ці вібрації можуть виникати через різноманітні фактори, такі як аеродинамічні навантаження, робота моторизованих систем, нерівномірності в повітряному середовищі та інші зовнішні впливи. Розуміння природи виникнення вібрацій та їх впливу на конструктивні елементи літака важливе для забезпечення його безпеки та надійності.

Мета цієї магістерської роботи полягає в вивченні вібраційних явищ у конструктивних елементах літака з метою аналізу та вдосконалення віброзахисту. У роботі розглядається природа виникнення вібрацій, надається характеристика власним вібраційним коливанням та досліджуються аспекти виникнення випадкової вібрації. Особлива увага приділяється розрахунку та аналізу небезпечних явищ, спричинених зовнішніми факторами, які можуть впливати на структурну цілісність та ефективність літака.

Дослідження цих аспектів дозволить визначити оптимальні методи віброзахисту, спрямовані на забезпечення найвищого рівня безпеки та функціональності літака в умовах різноманітних експлуатаційних умов. Знання про вплив вібрацій на конструктивні елементи літака та розробка ефективних заходів для їх мінімізації мають велике значення для подальшого розвитку авіаційної техніки та забезпечення безпеки пасажирів та екіпажу.

РОЗДІЛ 1 ОГЛЯД ВИНИКНЕННЯ ВІБРАЦІЙ. МЕТОДИ ВІБРОЗАХИСТУ

1.1 Вібрація.

Конструкція планера літака, взаємодіючи з довкіллям, може переходити в режими пружних періодичних коливань різних видів.

Власні (вільні) коливання:

- **Опис:** Це періодичні пружні коливання, які виникають у власній конструкції літака після зовнішнього одноразового поштовху.
- **Характеристики:** Характер коливань визначається внутрішньою будовою системи, такими як маса, характеристики демпфування та пружності.
- **Енергія:** Енергія для власних коливань надходить від початкового поштовху. Після цього система залишається ізольованою, не відчуючи зовнішніх сил. Коливання мають загасаючий характер.

Вимушені коливання:

- **Опис:** Це періодичні коливання, що виникають під впливом зовнішньої періодичної сили, яка впливає на елементи конструкції літака.
- **Характеристики:** Періодичність цих коливань визначається частотою зміни збуджуючої сили, і характер коливань визначається як зовнішньою силою, так і фізичними параметрами системи.
- **Енергія:** Енергія для вимушених коливань надходить від зовнішньої періодичної сили, що діє на конструкцію літака.

Вимушені коливання конструкції сучасного літака можуть виникати внаслідок різних зовнішніх впливів. Змінні аеродинамічні сили, що діють на літак, можуть викликати коливання, особливо в умовах турбулентності атмосфери або залишених "вихрових слідів" від інших літаків. Важливими

факторами є також вихори, які виникають від крила та гвинта, можуть впливати на хвостову частину фюзеляжу та оперення, викликаючи їхні коливання.

Однак найбільша небезпека пов'язана з вібраціями, що виникають від змінних аеродинамічних сил через явище, відоме як "бафтинг". Це явище може спричинити розрив потоку повітря, особливо на великих кутах атаки літака. Бафтинг може виникнути не лише на крилі, але і на будь-якій іншій поверхні літака, такій як ліхтарі кабіни, заліза, оперення, пілони та гондоли двигунів, антени і інше. Ці зриви потоку можуть створювати небезпеку вимушених коливань у структурі літака.

Аеродинамічний дисбаланс є однією з основних причин вібрації в літаках. Здебільшого це відбувається, коли обертання пропелера не встановлено техніками у найбільш відповідній зоні. У цьому випадку центр ваги гвинта не збігається з віссю. Баланс вентилятора дуже важливий, оскільки він створює рухову силу, необхідну для літака. Погано встановлений пропелер може призвести до летальних аварій.

Необхідно регулярно перевіряти баланс вентилятора, щоб перевірити, чи пропелер знаходиться в правильному місці. За допомогою віброметра буде легше зрозуміти, чи є пропелер причиною вібрації літака. Якщо ви використовуєте найкращий вібраційний аналізатор, ви зможете виявляти вібрації, навіть коли літак або гвинт нерухомі.

Якщо взяти вагу літака в цілому необхідно розподілити пропорційно. Однак важливо зазначити, що розподіл ваги літака може бути не 100%. Це призводить до ситуації, коли очікуються певні рівні вібрації. Ідеальна ситуація передбачає мінімізацію вібрації до найнижчого вимірювання за допомогою балансувального обладнання.

Інші численні фактори, які спричиняють дисбаланс маси літака, включають пошкоджений пропелер, помилку виробника, проблеми зі встановленням, погане обслуговування, вологість та корозію. Однак, маючи

під рукою правильний віброметр , легше виявити вібрації, викликані такими факторами.

Віброметр також виявляє вплив потоку палива на вібрацію літака, особливо при переміщенні палива з баку до двигуна. Цей потік палива може впливати на загальний баланс літака, викликаючи небажані вібрації. Важливо зауважити, що виробник врахував ці вібрації потоку палива при проектуванні, тому вони не є небезпечними.

Щодо вібрацій підшипників, це може виникнути, якщо траєкторія несучого гвинта вертольоту та його баланс не перевірені. Обертання гвинта може призводити до неврівноваженості внизу, що означає, що центр обертання не співпадає з центром ваги літака. Регулярне технічне обслуговування літака грає ключову роль у виявленні та усуненні вібрацій підшипників. Заміна зношених підшипників важлива для запобігання інтенсивній вібрації літака.

Інтенсивність вібрацій літака оцінюється за стандартною шкалою, вимірюваною в дюймах на секунду (IPS)[1]. Промисловий стандарт для вібрацій літака зазвичай знаходиться в межах від 0 до 1,2 IPS. Зазвичай рівень 0-0,2 IPS вважається нормальним для функціонуючого літака. Рівень 0,21-0,4 IPS може відбуватися і є прийнятним, але його можна виправити через планове технічне обслуговування. Значення від 0,41 до 0,6 IPS вже вважається високим і частіше виникає в екстремальних погодних умовах або турбулентності. Вібрації літака на рівні 1,01-1,2 IPS є дуже сильними і небезпечними, можуть призвести до серйозних проблем і вимагають негайного втручання, включаючи можливу аварійну посадку.

1.2 Флаттер та дивергенція

Взаємодія літального апарата з повітряним потоком представляє собою складну проблему в аерокосмічній галузі. Більшість аеродинаміки зазвичай розглядає обтікання твердих об'єктів, але літальний апарат, завдяки своїй легкій конструкції та певному рівню гнучкості, може викликати цікаві режими

руху. Аеродинамічні сили, що діють на транспортний засіб, викликають не лише зміни траєкторії польоту, а й вигин компонентів літака один відносно одного.

Один із простих взаємодій, спостерігається в літаку з нерухомим крилом, - це вигин крила відносно жорсткого фюзеляжу. Для літальних апаратів із тонкими прямими консольними крилами існують два типових режими руху: згинання та скручування. З високошвидкісним повітряним потоком ці режими можуть створювати рухи, які значно відхиляють або навіть пошкоджують крило.

Дивергенція - це ефект, коли момент, створений повітряним тиском, перевищує структурну крутильну жорсткість крила, викликаючи його вигинання. Флаттер - це синхронізована взаємодія режимів згинання та скручування, що може призвести до зростання амплітуди і одночасної енергії. В цих умовах літак може втратити стійкість та навіть зламатися.

Моделювання цих явищ можна провести за допомогою динамічної моделі крила з двома ступенями свободи (рис.1.1), що дозволяє оцінити виникнення умов дивергенції та флаттеру.

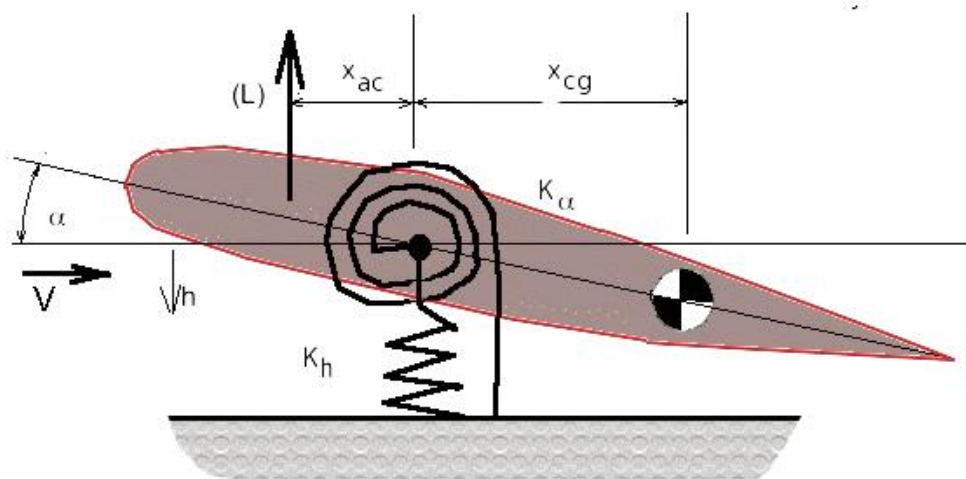


Рисунок 1.1 Модель прямого консольного крила

Жорсткість на згин крила, сполученого з фюзеляжем, апроксимується пружиною жорсткості на згин (K_h). Жорсткість кручення подібним чином

представлена пружиною жорсткості кручення (K_α). Це дозволяє зображеній загальній секції крила рухатися відносно фюзеляжу під час згинання (напрямок висоти, h) і кручення (кут повороту, α). Початком цих рухів буде пружна вісь крила. Передбачається, що центр тяжіння крила і центр підйомної сили діють у показаних місцях на відстанях x_{cg} і x_{ac} від цих точок до осі пружності. Ефекти другого порядку через аеродинамічний опір і структурне демпфування були знехтувані.

Застосовуючи закони Ньютона для обох компонентів руху, можна визначити пару рівнянь реакції. Можна застосувати загальний принцип " $F = ma$ ", сила створює прискорення, сповільнене інерцією.

У цьому випадку є два рівняння, по одному для кожного режиму руху.

$$-L - K_h h = m \frac{d^2 h}{dt^2} + S_\alpha \frac{d^2 \alpha}{dt^2} \quad (1.1)$$

для згинального руху і

$$Lx_{ac} - K_\alpha \alpha = I_\alpha \frac{d^2 \alpha}{dt^2} + S_\alpha \frac{d^2 h}{dt^2} \quad (1.2)$$

для крутильного руху,

де m = маса крила,

I_α = полярна інерція крила ($I_\alpha = \int r^2 dm$) і завдяки зміщенню центру тяжіння від джерела руху створюється зв'язок між кожною модою, сповільнений інерцією зв'язку S_α , ($S_\alpha = \int r dm \approx x_{cg} m$).

Форму вібрації можна вважати простим гармонійним рухом таким чином, що $h = h_0 e^{i\omega t}$ і $\alpha = \alpha_0 e^{i\omega t}$, де h_0 і α_0 – амплітуди руху, ω – частота. Зверніть увагу, що як амплітуди, так і частота можуть бути комплексними значеннями, щоб урахувати фазовий зсув між компонентами та демпфування руху.

Крім того, якщо припустити простий гармонійний рух, то жорсткість крила для режимів вигину та кручення можна знайти з відомих власних частот його режимів.

Крім того, якщо припустити простий гармонійний рух, то жорсткість крила для режимів вигину та кручення можна знайти з відомих власних частот його режимів.

$$K_h = \omega_h^2 m \quad (1.3)$$

i

$$K_\alpha = \omega_\alpha^2 I_\alpha \quad (1.4)$$

При підстановці припущеного руху в керівні рівняння виходить лінійна пара одночасних рівнянь.

$$-L - K_h h_0 e^{i\omega t} = -m\omega^2 h_0 e^{i\omega t} - S_\alpha \omega^2 \alpha_0 e^{i\omega t} \quad (1.5)$$

$$Lx_{ac} - K_\alpha \alpha_0 e^{i\omega t} = -I_\alpha \omega^2 \alpha_0 e^{i\omega t} - S_\alpha \omega^2 h_0 e^{i\omega t} \quad (1.6)$$

Для подальшого спрощення необхідно ввести функції лінійного аеродинамічного впливу. Якщо припустити, що ефект розвалу та фіксованого кута атаки можна обчислити окремо та накласти пізніше на будь-яке коливальне рішення, тоді необхідний аеродинамічний вплив у цій точці є лише коливальним рухом лінії хорди приблизно на 0 градусів. Якщо припустити, що ефект кручення домінує, оскільки він має найбільший вплив на кут атаки, і нехтуючи будь-якими акустичними ефектами другого порядку та ефектами стисливості, тоді підйомна сила може бути наближена як,

$$L = \frac{dC_L}{d\alpha} \alpha \frac{1}{2} \rho V^2 S = C_{L\alpha} q S \alpha = C_{L\alpha} q S \alpha_0 e^{i\omega t} \quad (1.7)$$

при підстановці виходить остаточно лінійна система, $e^{i\omega t}$ скасування.

$$-C_{L\alpha} \alpha_0 q S - K_h h_0 = -m \omega^2 h_0 - S_\alpha \omega^2 \alpha_0 \quad (1.8)$$

$$C_{L\alpha} \alpha_0 q S x_{ac} - K_\alpha \alpha_0 = -I_\alpha \omega^2 \alpha_0 - S_\alpha \omega^2 h_0 \quad (1.9)$$

у матричному форматі це стає,

$$\begin{bmatrix} m \cdot \omega^2 - K_h & S_\alpha \omega^2 - C_{L\alpha} q S \\ S_\alpha \omega^2 & I_\alpha - K_\alpha + C_{L\alpha} q S x_{ac} \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} h_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Хоча ця матрична система не розв'язується безпосередньо через кількість змінних, вона дає велику кількість інформації про поведінку системи.

Можна знайти два класи рішень:

$$1. \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} h_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

коли

$$\begin{pmatrix} h_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ . Система тривіально стабільна, і нічого не відбувається.}$$

Це домінуюче рішення для системи.

$$2. \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{pmatrix} h_0 \\ \alpha_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

коли

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = 0$$

. Ця друга форма рішення може дозволити зміщенням бути необмеженими, а поведінка крила матиме тенденцію бути коливальним, стабільним або нестабільним залежно від значення ω .

$$\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc = 0$$

Рівняння дає розв'язки для ω , які визначатимуть рух. Ці рішення залежать головним чином від швидкості транспортного засобу і, отже, контролюються значенням динамічного тиску (q), оскільки інші компоненти, такі як жорсткість крила та градієнт підйому, залишаються постійними.

Якщо ω має лише складні розв'язки, а дійсних розв'язків не існує, тоді поведінка системи буде коливальною. Враховуючи початкові значення збурення α_0 і h_0 , подальший рух буде простим гармонійним і або затухаючим (зменшується амплітуда), або незатухаючим (збільшується амплітуда) залежно від уявної частини ω .

Комплексні значення частоти ($\omega = \omega_R + i\omega_I$) пом'якшують поведінку амплітуди з часом як

$$e^{i\omega t} = e^{i(\omega_R + i\omega_I)t} = e^{i\omega_R t} e^{-\omega_I t} = e^{-\omega_I t} e^{i\omega_R t} \quad (1.10)$$

Фактична частота руху буде задана ω_R , а зростання або затухання руху буде визначено знаком ω_I , що призводить до сильно затухаючих або зростаючих амплітудних рішень.

При низьких значеннях динамічного тиску, q , рішення цієї системної матриці дає окремі незалежні корені для ω , які зазвичай мають дійсне значення та близькі до власних частот структурних мод. Це означає, що будь-які збурення призведуть до того, що крило коливатиметься на рівні або поблизу його структурних режимів з невеликим демпфуванням або без нього. Ефекти демпфування другого порядку, які не є частиною наведеної вище моделі, зазвичай зменшують амплітуду коливань у реальній структурі,

доки вона не досягне нуля, а потім підпорядковується тривіальному стабільному рішення нульової амплітуди.

Збільшення динамічного тиску зрештою призведе до рішення, в якому ω має лише одне дійсне значення, що вказує на те, що обидва режими синхронізовані. Хоча на даний момент немає вказівок на зміну амплітуди, будь-яке незначне збільшення q призведе до складних частотних рішень із негативними уявними компонентами. Тому будь-яке збільшення швидкості польоту вище цієї точки викликає зчеплення мод і швидке збільшення амплітуди коливань, тобто *флаттера*. Швидкість, з якою виходить єдина реальна частота, є відправною точкою для незатухаючих коливальних рішень конструкції, так, що це буде називатися швидкістю флаттера транспортного засобу. Таким чином, одна з важливих цілей полягає в тому, щоб розв'язати визначальне рівняння вище, щоб знайти швидкість флаттера.

Спочатку визначте рівняння визначника:

$$(m\omega^2 - K_h)(I_\alpha \omega^2 - K_\alpha + C_{L\alpha} q S x_{ac}) - S_\alpha \omega^2 (S_\alpha \omega^2 - C_{L\alpha} q S) = 0 \quad (1.11)$$

Щоб розв'язати ω , рівняння перебудовують у степенях ω

$$A\omega^4 + B\omega^2 + C = 0 \quad (1.12)$$

$$A = mI_\alpha - S_\alpha^2 \quad (1.13)$$

$$B = S_\alpha C_{L\alpha} q S + m C_{L\alpha} q S x_{ac} - m K_\alpha + I_\alpha K_h \quad (1.14)$$

$$C = K_h K_\alpha - K_h C_{L\alpha} q S x_{ac} \quad (1.15)$$

$$\omega^2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} \quad (1.16)$$

Базуючись на величинах A , B і C , рішення спочатку буде чисто реальним, якщо $B^2 > 4AC$. Це дає два корені, які представляють незалежні стійкі режими руху. Зі збільшенням швидкості величина q зростатиме, поки врешті-решт $B^2 = 4AC$. На цьому етапі існує рішення для однієї реальної частоти, створюючи рішення з необмеженою амплітудою. Це буде точка флаттера, а швидкість, необхідна для цього, буде швидкістю флаттера. Будь-яке подальше збільшення q створює складні корені, що призводить до нестабільного руху зі збільшенням амплітуди.

Як і передбачення флаттера, розв'язок рівняння детермінанти також може вказувати на інший неколивальний рух зі збільшенням амплітуди, який називається *дивергенцією*. Якщо дійсна частина ω дорівнює нулю, то рух може експоненціально зростати або зменшуватися. Знову на низькій швидкості система прагне виробляти ненульові рішення для ω_R . Тоді зі збільшенням швидкості ω_R може зменшуватися для деяких режимів. Якщо ω_R досягає нуля для моди до початку флаттера, то наступне збільшення динамічного тиску призведе до рішення, яке є чисто уявним, і, отже, до фізичної розбіжності структури. Швидкість дивергенції можна визначити як розв'язок визначального рівняння для $\omega = 0$. Підстановка в розширене рівняння вище дає

$$K_\alpha = C_{L\alpha} q S x_{ac} \quad (1.17)$$

Оскільки всі члени фіксовані для фіксованої геометрії, крім q , то це рішення визначатиме швидкість розбіжності. Це буде швидкість повітря, необхідна для досягнення точки, де аеродинамічний момент дорівнюватиме крутильний жорсткості крила, тож відбуватиметься нестримне поворотне зміщення. На рис.2 можна побачити схему згинально-крутильного флаттера.

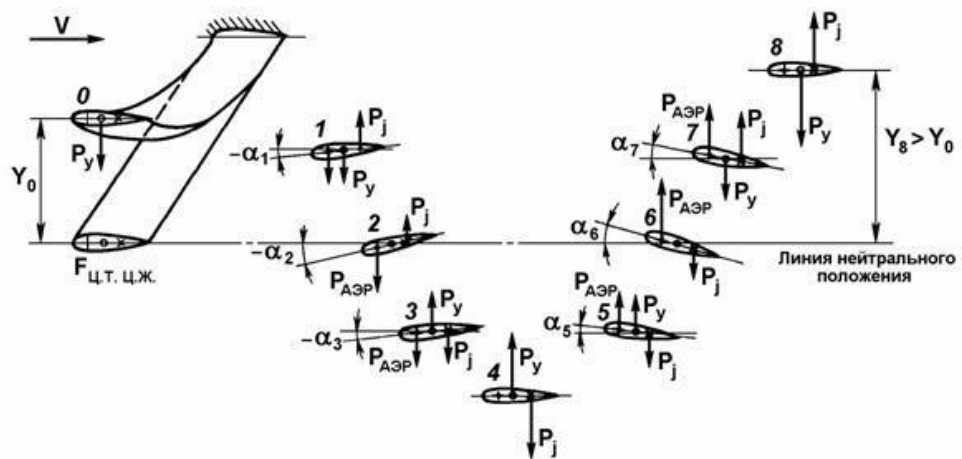


Рисунок 1.2. Схема розвитку згинально-крутильного флатера крила [2]

1.3.Бафтинг

Бафтинг являє собою коливання елементів конструкції, обумовлені аеродинамічними силами, що швидко змінюються, викликаними зривним обтіканням попереду лежачих частин літака [3]. Зрив потоку може відбуватися з крила при польоті на великих кутах атаки (див. рис.1.3), з різних надбудов на фюзеляжі, з підвісок, розташованих на крилі та в місцях з'єднання крила з фюзеляжем. Причиною бафтингу може бути випущене шасі, відкритий у польоті вантажний люк та ін.

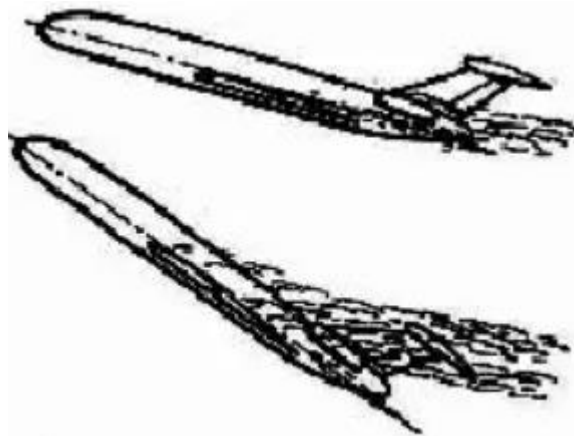


Рисунок 1.3 Затінення хвостового оперення супутнім струменем крила

На швидкостях нашколовзвукового польоту може виникати явище зриву потоку, відоме як швидкісний бафтинг. Це може спричинити утворення ударних хвиль та відокремлення прикордонного шару від поверхні крила.

Бафтинг, особливо на хвостовому оперенні, часто виявляється як періодичні удари, що сприймаються як пульсації в оперенні.

Частотний спектр пульсуючих навантажень, що діють на оперення в потоці за крилом, може включати частоти, близькі до власних частот конструкції, що може призводити до резонансу. Зрив потоку спричиняє вібрації деталей, які порушують плавність обтікання, і може викликати пошкодження конструкції через явище втоми.

Для боротьби з бафтингом важливо вдосконалювати аеродинамічні форми літака та зменшувати інтерференцію в місцях стикування агрегатів. В окремих випадках досягають позитивних результатів, виносячи горизонтальне оперення з зони супутнього струменя або підвищуючи згинальну жорсткість оперення та фюзеляжу, хоча це може призводити до збільшення ваги конструкції. В деяких випадках повністю усунути бафтинг може бути складно. Тому вводяться обмеження на деяких режимах польоту, наприклад, обмеження за швидкісним натиском при польоті зовнішніми підвісками або відкритими вантажними люками.

1.4. Загальні методи віброзахисту

Існує методи віброзахисту корпусу літака, спрямованих на управління і зменшення вібрацій. Деякі з них включають:

Демпфери та амортизатори: Використання спеціальних матеріалів або пристроїв для поглиблення або розсіювання вібрацій, які можуть виникати внаслідок різних джерел, таких як двигуни, турбулентність атмосфери та інші.

Гідравлічні демпфери використовують гідравлічні системи для поглиблення або розсіювання вібрацій. Гідравлічні циліндри з амортизаторами можуть адаптуватися до різних умов і забезпечувати ефективний контроль вібрацій.

Пневматичні (газові) демпфери використовують стиснутий газ або повітря для амортизації рухів та вібрацій. Це може бути особливо ефективним для зниження вібрацій від посадки.

Пружинні демпфери полягають у використанні пружин для поглиблення та контролю вібрацій. Їхні характеристики можуть бути адаптовані до конкретних вимог.

Серед матеріалів, що виконують роль демпфера, хочеться виокремити еластomers. Так звані еластomers відіграють важливу роль у розробці засобів пасивного демпфування. *Еластomers* - це в'язкопружні каучукоподібні матеріали, що мають високий демпфуючий потенціал завдяки своєму хімічному складу. Але це ще не все: еластomers змінюють свої механічні властивості залежно від різних впливів навколишнього середовища, таких як температура. Наприклад, при крейсерській температурі польоту такий матеріал може бути в 100 разів жорсткішим, ніж при зльоті з високих температур. Ця особлива поведінка математично описується за допомогою складних моделей матеріалів і призводить до проблеми для розробки демпфуючих обробок.

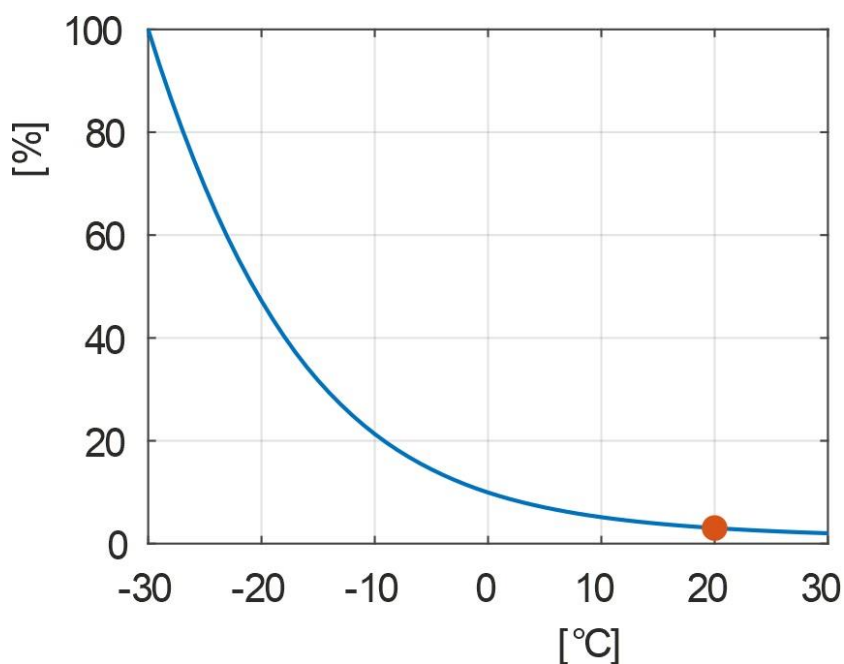


Рисунок 1.4. Зміни жорсткості матеріалу в залежності від зміни температури.

На рис.1.4: -30 °C відповідає можливій крейсерській температурі, тоді як 20 °C відповідає температурі під час зльоту. Жорсткість матеріалу знижена до 3 % порівняно з «крейсерською» жорсткістю.

У межах стратегії DFG Excellence Strategy SE²A (Sustainable and Energy-Efficient Aviation) досліджується застосування методів демпфування з обмеженим шаром для зменшення навантаження від коливань крила[4].

За допомогою розробленого алгоритму оптимізації конструкція «сендвіч» спеціально адаптована до вибраних режимів вібрації та рівнів температури для досягнення максимального гасіння. Результати нещодавньої оптимізації конструкції створюють позитивну картину: залежно від режиму вібрації та прийнятної втрати ваги, коефіцієнт демпфування до 10 % здається досяжним. Таким чином не тільки значно скорочується час загасання коливань, але також зменшуються пікові значення вібрацій (Рис 1.5).

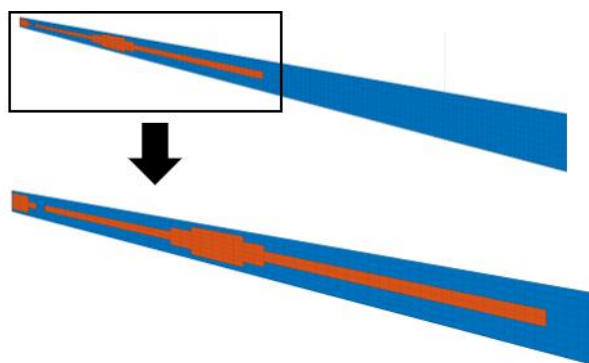


Рисунок 1.5. Оптимізований дизайн демпфування обмеженого шару (помаранчевий) для третього режиму вигину (вид зверху)

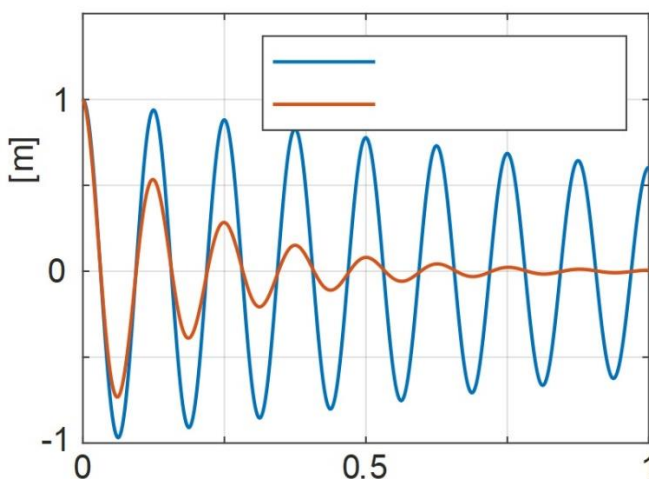


Рисунок 1.6. Порівняння впливу демпфування 1% і 10% на прогин, що залежить від часу

На рис.1.6. Показано, що більш висока амортизація призводить до більш швидкого зменшення прогину.

Окрім застосування для зменшення вібрації крил, еластомери також можна використовувати для покращення акустичного комфорту для пасажирів у салоні. Додавши окремі елементи демпфірування обмеженого шару до каркаса або обшивки фюзеляжу, можна послабити вібрації фюзеляжу, які є причиною звукового випромінювання.

Активні системи віброізоляції: Використання сучасних технологій для активного управління і компенсації вібрацій. Системи можуть використовувати сенсори для виявлення вібрацій і відповідати на них шляхом застосування противібраційних сил. Ключових аспекти активних систем віброізоляції:

- Використання різноманітних сенсорів, таких як акселерометри, гіроскопи, та датчики тиску для постійного моніторингу вібрацій.
- Використання систем виявлення для надання даних про вібрації та динаміку конкретної системи.
- Впровадження спеціалізованих активних приводів, які можуть генерувати противібраційні сили, контрольовані в реальному часі.
- Застосування потужних контролерів із високопродуктивними алгоритмами управління для адаптивної реакції на зміни в умовах вібраційного навантаження.
- Інтеграція з системами живлення літака для надійного та ефективного функціонування в різних режимах польоту.
- Можливість адаптації до різноманітних умов і вібраційних характеристик, забезпечуючи гнучкість в управлінні
- Використання активних приводів для напрямку сил проти вібрацій у відповідь на зміни у вібраційному середовищі.
- Використання потужних обчислювальних засобів та процесорів для ефективного вирішення завдань у реальному часі.
- Інтеграція з системами управління літака для координації та оптимізації взаємодії.

- Використання інженерних програм для моделювання та аналізу перед фізичною реалізацією в системах літаків.

Оптимізація конструкції: Проектування корпусу літака так, щоб мінімізувати можливі джерела вібрацій та максимізувати жорсткість або демпфування в конкретних областях.

Балансування і вирівнювання: Проведення процедур балансування для зменшення незбалансованих мас і уникнення резонансу, що може призводити до вібрацій.

Аеродинамічні покращення: Вдосконалення аеродинамічних характеристик, щоб уникнути аеродинамічних явищ, які можуть призводити до вібрацій.

Моделювання та аналіз: Використання інженерних програм для моделювання поведінки структур та оцінювання можливих джерел вібрацій перед фізичною реалізацією літака.

1.5. Модальний аналіз

Модальний аналіз допомагає у визначенні вібраційних характеристик механічних конструкцій. Механічний аналіз вібрації відіграє значну роль у потенційних математичних інструментах для моделювання та проблем, які можуть бути усунені у попередніх інженерних розробках перед виготовленням систем [5]. Крім коливальних характеристик механічної системи, що складаються зі своїх частот і форм коливань, можна спостерігати поведінку різних частин механічної конструкції в умовах динамічного навантаження [6]. Крім того, опис механічної конструкції здійснюється за допомогою модального аналізу в термінах коливальних характеристик, якими є власні частоти та форми коливань [7].

Модальний аналіз дозволяє визначити причини вібрацій, які можуть спричинити пошкодження систем літака, і використовується для зменшення кількості проблем. Таким чином, аналіз вільних коливань крила літака стає важливою проблемою, яку необхідно вирішувати у процесі проектування. При

дослідженні реакцій на порив фундаментальним аспектом вважається вивчення власних частот і режимів. Крила літаків, як правило, складаються з неоднорідних конструкцій, які мають стрілоподібну та конічну форму.

Властивості неоднорідної структури крил літака вимагають удосконаленого моделювання через вплив складних властивостей. Таким чином, аналіз вільних колінь крил літака привертає увагу багатьох наукових напрямків для дослідження.

В останні роки застосування аерокосмічної галузі зросло завдяки розвитку галузі. Розробка нового дизайну та вдосконалення існуючої конструкції літака вимагає знань і технічної підготовки. Тому в літературі можна знайти багато досліджень, які зосереджені на структурі крила через те, що воно є складним вузлом літака. Ерднер та Яман провели дослідження, метою якого є розробка структурної моделі крила літака [8]. Було створено скінченно-елементну модель крила, і на цій моделі було проведено динамічний аналіз, який завершився порівнянням власних частот і форм коливань крила з впливом на структуру. В останні роки авіаційна промисловість набула значного розвитку завдяки спробам зменшити витрати та підвищити ефективність за допомогою різних досліджень та порівнянь, правильного вибору матеріалів, серед яких ключовими були легкі матеріали, такі як композити.

Композити мають багато переваг у порівнянні з металами та іншими матеріалами. Основними композитними матеріалами, що використовуються в авіабудуванні, є армовані волокна або частинки, які забезпечуються смоляною матрицею [9]. Поточна презентація загальної структури крила була розроблена та проаналізована Янгом та ін. [10]. Дослідження починається з ескізу структури крила, а аналіз проводився за допомогою чисельного інструменту.

Пізніше була проведена оптимізація крила літака за допомогою змінених типів властивостей матеріалу та граничних станів. Крім того, був проведений модальний аналіз для власних частот для дослідження вібраційних характеристик крила. Ідентифікація роботи була виконана за вібраційними

характеристиками для дослідження крила літака. Складні конструктивні параметри і складність виготовлення обмежують експериментальні проекти на крилах літаків. Крім того, бракує ресурсів для аналізу результатів виготовлення крил літаків, які розглядаються як консольні балки для експериментальних проектів модального аналізу.

Дослідження модального аналізу крила літака було проведено Хадсе та Завері [11]. Моделювання структури крила проводилося в програмному забезпеченні ANSYS, а модальний аналіз виконувався шляхом додавання фіксованого кінця, тоді як інший кінець був вільним.

Потім було проведено дослідження власної частоти і мод за допомогою віброасистентного порівняння числових результатів і аналітичної частоти консольної балки. Згідно з Сурекою та Мехером [12], було досліджено вплив різних типів матеріалів на структуру крил, таких як ребра, крильця та оболонки. При моделюванні крила NASA з ребрами використовувалися різні типи матеріалів, і перевага була віддана алюмінію. Банерджі [13] у своєму дослідженні розглянув динамічну поведінку крила літака.

Було досліджено модальний аналіз транспортного літака і показано важливість глибокого підходу для крил з високим аспектним відношенням шляхом виконання модального аналізу. Теорія консольної балки була застосована до структури крила за допомогою граничних умов, і спочатку були отримані різні математичні підходи до структури крила через необхідність врахування власних частот крила. Потім Банерджі завершив дослідження обговоренням та результатами проекту. Кунтоджі і Куппаст [14] представили дослідження, щоб підкреслити важливість аналізу вібраційних характеристик крила літака через те, що це є основним фокусом при проектуванні літака. Було розглянуто конструкцію літака з використанням стандартів NASA, а також модальний аналіз крила з точки зору власної частоти для характеристик вібрації. Згідно з принципом аеродинаміки, напруження і деформації крила впливають на конструкцію на основі поведінки вібраційних характеристик. Таким чином, розуміння впливу напружень на

власну частоту було виконано за допомогою модального аналізу. Саран та ін. [15] представили дослідження для розробки конструкцій крила.

Модальний аналіз був проведений для крила літака, а власні частоти були використані для уникнення резонансу на матеріалі для запобігання руйнуванню.

Висновки до розділу

Виконано аналіз основних методів віброзахисту та факторів, які призводять до виникнення вібрацій. Проведено аналіз динамічної моделі для оцінки ризиків, пов'язаних з пружними властивостями елементів конструкції крила. Наведено математичну оцінку ймовірності виникнення дивергенції та флаттера, ключових явищ в аеродинаміці та конструкції.

Розглянуто наявні підходи з вивчення моделювання коливань, які дозволяють аналізувати та контролювати виникнення небезпечних вібраційних явищ.

РОЗДІЛ 2 МАТЕМАТИЧНИЙ АНАЛІЗ ВИПАДКОВИХ КОЛИВАНЬ ЛА

Моделювання та збір випадкових коливань у системах літальних апаратів (ЛА) є важливим завданням, оскільки ідентифікація різних джерел вібрацій ускладнена. Головний ротор та двигун є типовими джерелами небажаних вібрацій. Під час польоту особливо важко вирішувати проблему оцінки орієнтації, яка виникає через випадкові вібрації. Акселерометри, які використовуються для цього, можуть бути дуже чутливими до вібрацій, і алгоритми фільтрації не завжди успішно вирішують це завдання, роблячи оцінку орієнтації непродуктивною.

Раніше було проведено дослідження вібрацій в системах ЛА. Дослідження Кумара і Девендри, спрямоване на вимірювання вібрацій ЛА на транспорті, використовувало моменти вищого порядку, щоб показати нестационарність та негаусівську природу вібрацій на транспорті. Інші вчені розглядали джерела вібрацій в різних областях, таких як квадрокоптери та вертольоти ЛА.

Знання про динамічні збудження в природі дає обмежену інформацію щодо параметрів випадкових коливань, яку зазвичай отримують із записів даних або спостережень подій. Коли збудження природи, таке як вітер, доволіно змінюється в часі, відповідь ЛА на це також буде випадковою в часі. Такий процес відгуку стосується випадкової вібрації, і її характерні властивості можна визначити за допомогою статистичних та імовірнісних методів.

Головні мотиви використання статистичного методу для аналізу випадкової вібрації в безпілотних літальних апаратах (ЛА) включають наступне:

Нелінійність систем ЛА: більшість досліджень випадкових коливань у ЛА ідеалізують системи як лінійні та входять як стаціонарні. Однак практично всі системи ЛА мають певний рівень нелінійності. Використання

статистичних методів дозволяє врахувати цю нелінійність та отримати більш реалістичні результати.

Обмеження замкненого рішення: замкнуті аналітичні рішення для поведінки ЛА під впливом випадкової вібрації не завжди можливі. Вимірювання характеристик системи, таких як відгук у стаціонарному стані, розподіл ймовірностей чи моменти відгуку, є більш доступними та практичними методами отримання інформації.

Широкополосна природа реальної вібрації: реальна випадкова вібрація може мати широкий спектр частот, що ускладнює математичні моделі. Використання технік апроксимації та побудова функції щільності ймовірності (PDF) на основі теорії ймовірностей дозволяє ефективно аналізувати та описувати такі широкополосні вібрації.

Стохастичне трактування випадкової динаміки: статистичні методи базуються на теорії ймовірностей та стохастичному трактуванні випадкової динаміки. Це дозволяє ефективно моделювати та аналізувати випадкові вібрації в системах ЛА з точністю та надійністю.

2.1 Синусоїдальна вібрація

Форма вібрації малих типів ЛА близька до синусоїдальної. Синусоїдальна вібрація — це періодичний рух, переміщення якого змінюється з часом у формі функції синуса. Ця форма вібрації може бути представлена її зміщенням як:

$$Y(t) = B \sin(\omega t + \theta), \quad (2.1)$$

де B — амплітуда коливань, ω — частота загасання, θ — фазовий зсув.

Випадкова вібрація в системах ЛА розглядається як випадковий процес $Y(t)$, що складається з серії багатьох синусоїдальних хвиль, що перекриваються. Загалом, передбачається, що випадкові коливання відповідають стохастичному диференціальному рівнянню[16]:

$$\ddot{y}_t + \alpha \dot{y}_t + \beta y_t = f_t, \quad (2.2)$$

де y_t позначає зміщення вібрації, α є демпфіруванням, β є дійсною константою, а f_t є стохастичним процесом збудження.

Діяльність, яка виконується в аналізі випадкових коливань, може бути коротко описана за допомогою простого репрезентативного динамічного рівняння рівноваги

$$y' = f(x, y, \alpha), \quad y(0) = y_0, t \geq 0.$$

Величина y представляє реакцію системи, x представляє збудження системи та α представляє параметри системи, а крапка позначає диференціювання за часом.

Міллер і Чайлдєрс визначають автокореляційну функцію випадкового процесу $Y(t)$ як крос-кореляцію сигналу $Y(t)$ із самим собою під час затримки τ як :

$$V_y(\tau) = \frac{1}{T} \int_0^T y(t) \cdot y(t + \tau) \cdot dt \quad (2.3)$$

Математична складність роботи з перекриттям синусоїдальних хвиль у PDF випадкових коливань полягає в тому, щоб знайти миттєву амплітуду як точну функцію часу. Таким чином, може бути корисно описати випадкову вібрацію за допомогою статистичних теорій, заснованих на очікуваннях і ймовірності виникнення.

Випадковий відгук у будь-якій системі, збудженій випадковою вібрацією, можна представити як кореляційну функцію.

Однак випадкову вібрацію в цій статті можна виразити як кореляційну функцію з урахуванням перекриття синусоїдальної та косинусної хвиль. Коли ЛА збуджуються випадковими коливаннями, випромінювання цих коливань розглядається як новий параметр збудження. Таким чином, корисно розглянути взаємну кореляційну функцію між випадковим вібраційним

сигналом $Y(t)$ і його похідною $\dot{Y}(t)$, який представляє випромінювання випадкової вібрації та апроксимує його наступним виразом:

$$V_y(\tau) = A_y e^{-\beta|\tau|} (\lambda \sin \omega_0 |\tau| + \cos \omega_0 \tau) \quad (2.4)$$

де A_y – дисперсія випадкового процесу (вібрації) $Y(t)$. Дисперсія вказує на розмір розкиду розподілу всіх вибірок. λ – експоненціальний коефіцієнт убуття кореляційної функції і β є параметром ослаблення.

Визначивши Θ , період коливань, тоді: $\beta = \frac{1}{\Theta}$.

У стаціонарному стані кількість λ має бути менше або дорівнювати $\frac{\beta}{\omega_0}$.

У випадку $\lambda = \frac{\beta}{\omega_0}$, випадковий процес $Y(t)$ можна розглядати як стаціонарний процес. Це означає, що кореляційна функція (2.1) диференційована.

Випадковий процес із кореляційною функцією рівняння форми (2.1) може бути описаний лінійною моделлю (формулючим фільтром) другого порядку з адитивним шумом і може бути записаний як:

$$\ddot{Y}(t) + 2\theta\omega_0 \dot{Y} + \omega_0^2 Y = \xi \quad (2.5)$$

Або у формі Коші з урахуванням наступних позначень:

$$\begin{aligned} Y &= Y_1, \quad \dot{Y} = Y_2 \\ \dot{Y}_1 &= Y_2 \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$\dot{Y}_2 = -2\theta\omega_0 Y_2 - \omega_0^2 Y_1 + \xi \quad (2.7)$$

де ξ – білий шум з інтенсивністю Ω .

Для випадкового процесу з кореляційною функцією як

$$V_y(\tau) = A_y e^{-\beta|\tau|} (\lambda \sin \omega_0 |\tau| + \cos \omega_0 \tau) \quad (2.8)$$

Дисперсія її похідної є скінченною, а функція спектральної густини визначається як

$$S_y(\omega) = \frac{2A_y\beta}{\pi} \frac{\alpha^2}{\alpha^4 + 2(\beta^2 - \omega_0^2)\omega^2 + \omega^4} \quad (2.9)$$

Квадратний корінь із дисперсії випадкового процесу (вібрації) називається стандартним відхиленням і визначається як $\Phi_y = \sqrt{A_y}$.

Поганий вплив випадкових вібрацій не повинен перевищувати допустимий позитивний рівень амплітуди (q) протягом періоду часу (T) (Рисунок 2.1), де q є допустимим позитивним рівнем амплітуди випадкової вібрації, і цей рівень визначається для кожного конкретного елемент системи та/або підсистеми (електронні чи механічні пристрої). Зростання вібрацій такого рівня спричинить більше помилок при зборі даних від датчиків і ускладнить реалізацію платформи вібрації в ЛА. Для продовження аналізу важливо обчислити кількість циклів випадкової вібрації $y(t)$, які мають амплітуди, більші за рівень $y = q$ протягом періоду часу T .

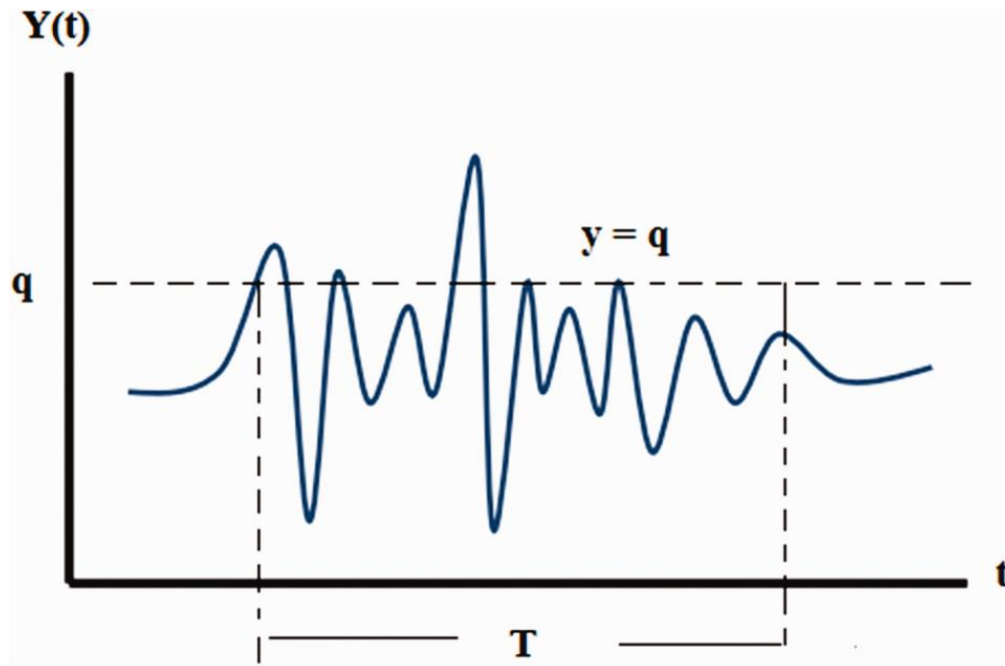


Рисунок 2.1 зразок випадкової вібрації

Ці піки мають різні амплітуди в будь-який період часу у випадковій вібрації, і тому їх можна розглядати як випадкові величини у випадковому процесі.

2.2 Середнє значення випадкової вібрації

Оскільки випадкові величини є непередбачуваними, а не конкретними значеннями, середнє значення, яке також називають середнім значенням, усіх випадкових величин є орієнтовною мірою. Математично середнє значення для всіх випадкових величин під рівнем (q) в інтервалі $[0, T]$ визначається таким виразом:

$$E_q(T) = \int_0^T \dot{Y}(t) \delta[Y(t) - q] 1[\dot{Y}(t)] dt \quad (2.10)$$

Середнє значення будь-якого випадкового процесу розглядається як перший момент вибірок (випадкових величин). Інтегруючи рівняння (2.2) і використовуючи властивості дельта функції та функції одиничного кроку,

можна отримати, що інтеграл буде дорівнювати нулю всюди, окрім точок перетину випадкового процесу і рівня (q). У точках перетину інтегрування збільшиться на одиницю. Отже, інтегрування рівняння (2) дорівнюватиме кількості позитивних точок перетину, які виникають при перетині між випадковим процесом і рівнем (q) на інтервалі $[0, T]$.

Якщо розглядати нескінченну кількість вибірок на інтервалі $[0, T]$, то випадкова вібрація буде безперервною випадковою величиною з результатами Y , які представлені (y_1, y_2, \dots, y_n), де ($n \rightarrow \infty$). Ці випадкові величини повинні повністю описуватися своїми ймовірнісними характеристиками.

На практиці результати (кількість вибірок і амплітуда) для всіх випадкових величин, навіть за однакових умов, можуть не бути унікальними і виявляти розбіжності в значеннях.

2.3. Математичне сподівання вібрації

Перший момент (або центр ваги) значень усіх випадкових величин у випадковій вібрації є очікуваним значенням. Таким чином, центром ваги гістограми є очікуване значення випадкової величини[17]. Математичне сподівання конкретного випадкового явища в основному означає середнє значення випадкового явища. Таким чином, очікуване значення середніх (середніх) випадкових величин $E_q(T)$ розраховується за формулою:

$$M[E_q(T)] = \int_0^\infty \int_0^\infty E_q[T, Y(t), \dot{Y}(t)] f(Y, \dot{Y}, t) dY d\dot{Y} \quad (2.11)$$

де $f(Y, \dot{Y}, t)$ представляють PDF випадкового процесу $Y(t)$ і його похідна $\dot{Y}(t)$.

Підставляючи рівняння 2.10 у рівняння 2.11 і використовуючи правило інтегрування (правило добутку довільної функції на дельта-функцію), а потім інтегруючи рівняння 2.11) відносно змінної \dot{Y} , отримуємо:

$$M[E_q(T)] = \int_0^T dt \int_0^\infty \dot{Y}(t) f(q, \dot{Y}, t) d\dot{Y} \quad (2.12)$$

Оскільки статистичні властивості випадкової вібрації залишаються незмінними в часі, то такий процес називається стаціонарним у строгому сенсі. Отже, внутрішнє інтегрування не залежить від часу, і рівняння (2.12) можна виразити у наступному вигляді.

$$M[E_q(T)] = T \int_0^\infty \dot{Y}(t) f(q, \dot{Y}) d\dot{Y} \quad (2.13)$$

Поділивши середнє число сподівань для зразків, які перевищують значення рівня (q) в інтервалі $[0, T]$ рівняння (2.13) на довжину інтервалу, ми можемо отримати середню кількість появ усіх піків на рівні $y = q$ для в заданому періоді T :

$$\gamma_q(T) = \frac{1}{T} M[E_q(T)] = \int_0^\infty \dot{Y} f(q, \dot{Y}) d\dot{Y} \quad (2.14)$$

2.4 Імовірнісний аналіз вібрації

Випадкові коливання можна розглядати як процес Гаусса нульовим середнім значенням, оскільки середнє значення сигналу зазвичай розташоване

в початковій частині гістограми, що відповідає випадковому сигналу, що зазвичай описується в термінах стандартного відхилення для даного розподілу. Гаусівський процес є особливим видом статистичної моделі, де спостереження відбуваються в безперервній області, такі як час чи простір. Кожна точка в безперервному входному просторі пов'язана з нормально розподіленою випадковою змінною.

Зазвичай в усіх вібраційних випробуваннях та аналізах припускається, що випадкові величини мають розподіл Гауса з очікуваним значенням M і значенням дисперсії A_y . Основні мотивації для цього припущення включають те, що процес Гауса є одним з небагатьох математично визначених процесів, і багато фізичних процесів, принаймні приблизно, є гаусовими згідно з центральною граничною теоремою.

Для гаусових випадкових величин функція гаусової щільності ймовірності (ВВП) випадкової величини Y та її похідної $\dot{Y}(t)$ визначається як [18]:

$$f(Y, \dot{Y}) = f(Y, \dot{Y}, t) \quad (2.15)$$

де f позначає PDF випадкової вібрації.

Випадкова величина X називається нормально розподіленою із середнім (середнім) значенням μ і дисперсією σ якщо його PDF є:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right], \quad -\infty < x < \infty \quad (2.16)$$

Підставляючи в загальний вигляд функції ВВП, функція PDF набуде вигляду:

$$f(Y, \dot{Y}) = \frac{1}{2\pi\sqrt{A_y A_{\dot{y}}(1-c^2)}} \times$$

$$\times \exp \left(-\frac{1}{2(1-c^2)} \left[\frac{(Y-m_y)^2}{A_y} - \frac{2c(Y-m_y)(\dot{Y}-\dot{m}_y)}{\sqrt{A_y A_{\dot{y}}}} + \frac{(\dot{Y}-\dot{m}_y)^2}{A_{\dot{y}}} \right] \right) \quad (2.17)$$

c – коефіцієнт коваріації для $Y(t)$ і $\dot{Y}(t)$. Позначаючи це:

$$c = c_{y\dot{y}} = \frac{C_{y\dot{y}}}{\sqrt{A_y A_{\dot{y}}}} \quad (2.18)$$

Підставляючи (2.14) у вираз PDF $f(Y(t), \dot{Y}(t))$ (2.17), в якому випадкову величину Y замінено на q (допустимий позитивний рівень амплітуди випадкової вібрації):

$$\dot{m}_y(t) = \dot{m}_1 = m_2, \quad m_y(0) = m_{y0}$$

$$\dot{m}_{\dot{y}}(t) = \dot{m}_2 = -2\theta\omega_0 m_2 - \omega_0^2 m_1, \quad \dot{m}_{\dot{y}}(0) = \dot{m}_{\dot{y}0}$$

$$\dot{A}_y(t) = \dot{\sigma}_{11} = 2\sigma_{12}, \quad A_y(0) = A_{y0}$$

$$\dot{C}_{y\dot{y}}(t) = \dot{\sigma}_{12} = \sigma_{22} - 2\theta\omega_0\sigma_{12} - \omega_0^2\sigma_{11}, \quad C_{y\dot{y}}(0) = C_{y\dot{y}0}$$

$$\dot{A}_{\dot{y}}(t) = \dot{\sigma}_{22} = -4\theta\omega_0\sigma_{22} - 2\omega_0^2\sigma_{12} + \Omega. \quad A_{\dot{y}}(0) = A_{\dot{y}0}$$

Середнє число появи піків на площі за рівнем $y = q$ можна переписати як:

$$\gamma_q(T) = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\dot{Y}}{\sqrt{A_y A_{\dot{y}} (1 - c^2)}} \times \exp \left(-\frac{1}{2(1-c^2)} \left[\frac{(Y-m_y)^2}{A_y} - \frac{2c(Y-m_y)(\dot{Y}-m_{\dot{y}})}{\sqrt{A_y A_{\dot{y}}}} + \frac{(\dot{Y}-m_{\dot{y}})^2}{A_{\dot{y}}} \right] \right) d\dot{Y} \quad (2.19)$$

Якщо немає кореляції між випадковою вібрацією $Y(t)$ і його похідна $\dot{Y}(t)$, потім $m_y = m_{\dot{y}} = c = 0$; тому інтегральне значення (2.9) легко обчислюється, а середнє число появ піків на площі за рівнем $y = q$ визначається за формулою:

$$\gamma_q(T) = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{A_{\dot{y}}}{A_y}} \exp \left(-\frac{q^2}{2A_y} \right) \quad (2.20)$$

2.5. Розподіл Пуассона для розподілу подій (піки)

На рисунку 2.2 показано піки (чорні точки) над рівнем ($y \geq q$) у випадкових циклах вібрації протягом фіксованого інтервалу. Таким чином, закони розподілу подій допоможуть впоратися з цими піками.

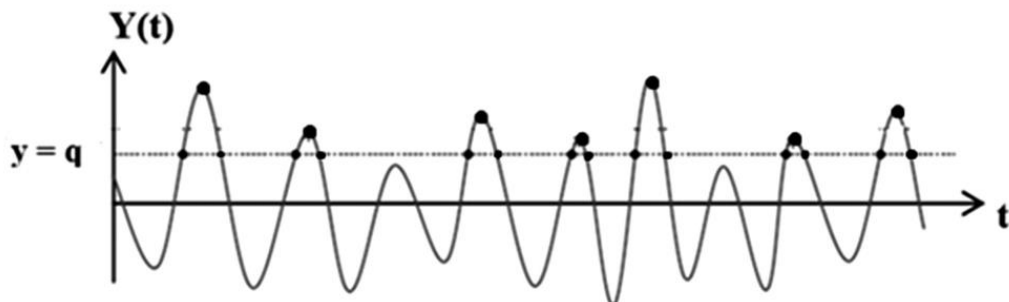


Рисунок 2.2 Випадкова вибірка вібрації з розподіленими піками

За таких припущень аналіз буде наближений до закону Пуассона для розподілу подій.

$$P(X = x) = \frac{\gamma^x \cdot e^{-\gamma}}{x!}$$

Розподіл Пуассона — це дискретний розподіл ймовірностей для кількості подій, які відбуваються випадковим чином у заданому інтервалі часу (або простору). Тут:

$$P_m = \frac{(\gamma_q t)^m}{m!} \exp(-\gamma_q t) \quad (2.21)$$

де P_m — ймовірність виникнення піків на рівні q у випадковому процесі $Y(t)$ на інтервалі $[0, T]$, m — кількість піків.

На основі рівняння (2.11) ми можемо знайти ймовірність відсутності піків (P_0) і ймовірність появи принаймні одного піку (P_1) в інтервалі $[0, T]$ за такими виразами.

$$P_0 = \exp(-\gamma_q t), \text{ and } P_1 = 1 - \exp(-\gamma_q t) \quad (2.22)$$

Висновки до розділу

Виконано аналіз процесу відгуку, пов'язаного із випадковою вібрацією, та визначені його характерні властивості за допомогою статистичних та ймовірнісних методів.

Вирази (2.19)-(2.22) дозволяють оцінити ймовірнісні характеристики випадкового процесу (випадкової вібрації) з використанням кореляційної функції рівняння (2.4), що описує вплив перевищення значення рівня вібрацій на елементи ЛА в стійкому стані.

РОЗДІЛ 3 АНАЛІЗ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ КРИЛА ЛІТАКА. РОЗГЛЯД ЯК КОНСОЛЬНОЇ БАЛКИ

Модальний аналіз - це широко використовуваний метод для вивчення динамічної поведінки механічних структур під час динамічного навантаження. Однією з основних застосовуваних задач модального аналізу є зменшення випромінюваного шуму від системи до навколишнього середовища. Цей метод дозволяє виявити причини вібрацій, що можуть призводити до пошкоджень системи, та використовується для їхнього усунення.

В основному, існують два відомі методи модального аналізу: чисельний модальний аналіз та експериментальний модальний аналіз. Під час чисельного модального аналізу виводиться математична модель на основі вхідних даних, яку потім обробляють для отримання необхідної інформації. У експериментальному модальному аналізі використовують вимірювання даних, щоб побудувати математичну модель.

Модальний аналіз складається з двох основних рівнів аналізу. Перший рівень використовується для визначення частотно-реакційної функції (FRF), що є математичним вираженням зв'язку між вхідним сигналом і вихідом системи.

Аналіз вільної вібрації крила літака є важкою задачею в процесі проектування літака. Одним з ключових аспектів у вивченні реакцій на пориви та аеродинамічні явища є дослідження власних частот та форм коливань. Крила літака зазвичай складаються з тонкостінних, неоднорідних структур різної форми з розгортками і двограними кутами. Ці властивості вимагають складного структурного моделювання.

Існують три основні моделі для конструкційного аналізу крила літака: одновимірні (балки), двовимірні (пластини, оболонки) і тривимірні (тверді тіла). Одновимірні моделі, такі як модель Тимошенко, часто використовуються через свою ефективність та менший обчислювальний обсяг порівняно з іншими моделями.

Аналіз вільної вібрації балок був досліджений різними вченими. Озтурк та Чоскун (2013), Качар та ін. (2011), Нірмалл та Вімал (2016) досліджували вібраційні характеристики балок з різних матеріалів та параметрів.

Певні дослідження включають аналіз консольної балки з різними поперечними перерізами, що демонструє важливість теорії пучка Ейлера–Бернуллі і Тимошенко для точного опису поведінки балки.

Ці дослідження розширюються на використання числових методів, таких як ANSYS, для експериментального порівняння із теоретичними результатами. Амарендра та Рапурі (2016) розглядали динамічний аналіз конічної та крученої балки з врахуванням геометричних апроксимацій та застосовували аналіз втомі з використанням ANSYS.

Ці дослідження свідчать про значення та різноманіття використання моделей та методів для аналізу вібрацій балок та їх важливість у проектуванні структур літака.

Раджаппан і Пугагенті провели аналіз вигину скінченних елементів (FEA) монококового ламінованого композитного крила літака за допомогою ANSYS. Вони врахували різну товщину профілю та кути шару. Досліджена фізична структура представляла корпусне крило літака аеродинамічного профілю серії NACA 4412 з волокнисто-ламінованою композитною структурою.

Ерденер і Яман аналізували статику і динаміку характеристик крила літака, враховуючи вплив можливого внутрішнього палива та зовнішніх сховищ на динамічні характеристики. Вони використовували MSC/PATRAN і MSC/NASTRAN для отримання результатів.

Хадсе Н.А. та Завері провели модальний аналіз крила літака, розглядаючи його як консольну балку. Вони використовували PROE 5.0 для створення комп'ютеризованої моделі (CAD) та ANSYS WORKBENCH 14.0 для проведення аналізу.

Lengvarský та ін. вивчали модальний аналіз титанової консольної балки за допомогою ANSYS і SolidWorks. Вони порівнювали результати чисельного аналізу з теоретичними підходами.

В даному розділі власні частоти та форми крила літака були визначені, розглядаючи його як консольну балку. Модель крила була створена в Catia, а числовий модальний аналіз проводився в ANSYS. Результати чисельного аналізу порівнювалися з теоретичним підходом консольної балки.

3.1 Теоретичний розрахунок

Для консольної балки, показаної на рисунку 3.1, власна частота для кожної моди була розрахована з рівняння власної частоти теорії пучка Ейлера-Бернуллі (Рівняння 3.1, 3.2, 3.3):

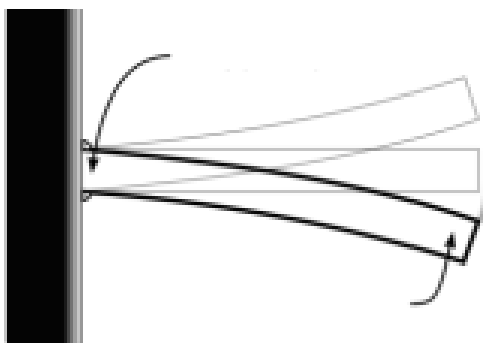


Рисунок 3.1. Консольна балка

$$\omega_n = (B_n L)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}} \quad (3.1)$$

де E (Па) — модуль Юнга, I (кг/м²) — момент інерції, m (кг/м) — маса одиниці довжини, L (м) — довжина. $\beta_n L$ отримують за допомогою рівнянь (3.2) і рівнянь (3.3);

$$\frac{d^2}{dx^2} \left\{ EI \frac{d^2 Y(x)}{dx^2} \right\} = \omega^2 m(x) Y(x) \quad (3.2)$$

$$\beta^4 = \frac{\omega^2 m}{EI} \quad (3.3)$$

Величини ($\beta_n L$) наведені в таблиці 3.1:

Таблиці 3.1. Вхідні величини $\beta_n L$

n	$(\beta_n L)$
1	2,5359
2	6,3441
3	6,4158
4	9,1557
5	10,897
6	15,324

Розподіл жорсткості на вигин по прольоту $EI(z)$ (Па·кг/м) вздовж основної осі навантаження необхідний для розрахунку вертикального відхилення крила. Тут E (Па) виступає як простий коефіцієнт масштабування для однорідного крила з міцного матеріалу.

Момент інерції поперечних перерізів профілю проти осі згини- x (називається згинальною інерцією) пов'язаний з $Y_u(x)$ і $Y_l(x)$, як показано на Рисунку 3.2. Площа A (м²) і вся інерція вигини I (кг/м²) представляють інтегральні внески всіх нескінченно малих прямокутних перерізів, кожної ширини dx і висоти $Y_u - Y_l$.

Інерційність кожної такої ділянки слідувати приблизно для нейтрального положення поверхні \bar{y} , визначеного всього для поперечного перерізу.

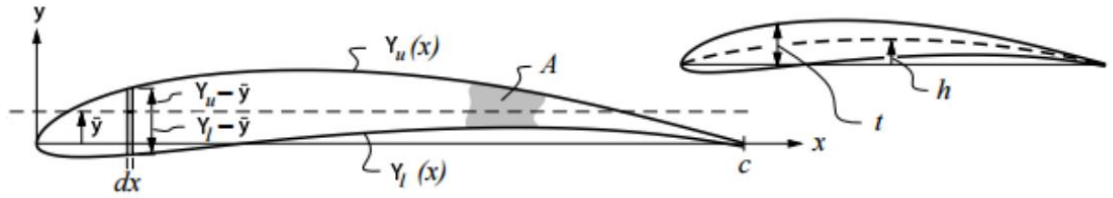


Рисунок 3.2. Величини для визначення та оцінки інерції вигину секції профілю

$$A = \int_0^c (Y_u - Y_l) dx \quad (3.4)$$

$$\bar{y} = \frac{1}{A} \int_0^c \frac{1}{2} (Y_u^2 - Y_l^2) \quad (3.5)$$

$$I = \int_0^c \frac{1}{3} [(Y_u - \bar{y})^3 - (Y_l - \bar{y})^3] dx \quad (3.6)$$

$$t = \max\{Y_u(x) - Y_l(x)\} \quad (3.7)$$

$$h = \max\{[Y_u(x) + Y_l(x)]/2\} \quad (3.8)$$

$$K_A \leftarrow \frac{1}{c^2 \tau} A \int_0^c [Y_u(x) - Y_l(x)] dx \quad (3.9)$$

$$K_I \leftarrow \frac{1}{c^4 \tau (\tau^2 + \varepsilon^2)} \int_0^c \frac{1}{3} [(Y_u - \bar{y})^3 - (Y_l - \bar{y})^3] dx \quad (3.10)$$

Але є приблизні значення K_I і K_A для більшості поширених аеродинамічних профілів: $K_I=0,036$ і $K_A=0,6$.

A (м²) та I (кг/м-2) можна розрахувати, як зазначено у рівнянні (3.11) та (3.12) відповідно.

$$A \cong K_A c t \quad (3.11)$$

$$I \cong K_I c t (\tau^2 + h^2) \quad (3.12)$$

3.1.1 Аналіз профільованого крила NASA4415

Були виконані розрахунки площі та моменту інерції для профільованого крила NASA 4415, використовуючи дані з Airfoil Tools[19]. Довжина хорди та довжина крила обрані як $c=1\text{m}$ і $L=5.5\text{m}$ відповідно, при цьому матеріалом розглядався алюмінієвий сплав 6061.

Для розрахунку виразу 3.7 і 3.8 на основі аеродинамічного профілю NASA 4415, файл було імпортовано в Microsoft Excel. Після цього його було організовано та представлено в таблиці 3.2.

Таблиця 3.2 Упорядковані стовпці з даних профілю

x	$Y_u(x)$	$Y_l(x)$	$Y_u(x) - Y_l(x)$	$[Y_u(x) + Y_l(x)]/2$
0,99893	0,00039	-0,00011	0,00050	0,00014
0,99572	0,00156	-0,00042	0,00198	0,00057
0,99039	0,00349	-0,00092	0,00441	0,00129
0,98296	0,00610	-0,00156	0,00766	0,00227
0,97347	0,00932	-0,00227	0,01159	0,00353
0,96194	0,01303	-0,00297	0,01600	0,00503
0,94844	0,01716	-0,00364	0,02080	0,00676
0,93301	0,02166	-0,00431	0,02597	0,00868
0,91573	0,02652	-0,00502	0,03154	0,01075
0,89668	0,03171	-0,00583	0,03754	0,01294
0,87592	0,03717	-0,00674	0,04391	0,01522
0,85355	0,04283	-0,00775	0,05058	0,01754
0,82967	0,04863	-0,00886	0,05749	0,01989
0,80438	0,05453	-0,01006	0,06459	0,02224
0,77779	0,06048	-0,01136	0,07184	0,02456
0,75000	0,06642	-0,01277	0,07919	0,02683

$$t = \tau = \max\{Y_u(x) - Y_l(x)\}=0,079$$

$$h = \varepsilon = \max\{[Y_u(x) + Y_l(x)]/2\} = 0,027$$

$$A \cong K_A ct = 0,048$$

$$I \cong K_I ct(\tau^2 + h^2) = 0,000020$$

Враховуючи обраний матеріал для крила (алюмінієвий сплав 6061), були використані наступні матеріальні властивості:

$$E = 69 \times 10^9 \text{ [Па]}$$

$$I = 0,000020 \text{ [м}^4\text{]}$$

$$m = \rho A = 128,3 \text{ [kg]}$$

$$L = 5,5 \text{ [м]}$$

$$\omega_n = (B_n L)^2 \sqrt{\frac{EI}{ml^4}}$$

$$\omega_1 = 12,03396, \text{ } \xi_1 = 3,503134$$

$$\omega_2 = 75,41582, \text{ } \xi_2 = 21,92465$$

$$\omega_3 = 211,1205, \text{ } \xi_3 = 22,42302$$

$$\omega_4 = 413,8044, \text{ } \xi_4 = 45,66418$$

$$\omega_5 = 684,0477, \text{ } \xi_5 = 64,6878$$

$$\omega_6 = 1021,873, \text{ } \xi_6 = 127,9195$$

Представляємо результати у формі таблиці (3.3):

Таблиця 3.3 Таблиця частот коливань

	$(\beta_n L)$	ω_n , [rad/sec]	ξ , [Hz]
1	2,5359	22,01019	3,503134
2	6,3441	137,7526	21,92465
3	6,4158	140,8839	22,42302
4	9,1557	286,908	45,66418
5	10,897	406,4335	64,6878
6	15,324	803,7184	127,9195

3.2 Модальний аналіз режимів

Для надійного прогнозу динамічної поведінки конструкції шляхом створення скінченно-елементної моделі (FEM), необхідно підтвердити модель тестами. У процесі валідації використовували тестові дані для порівняння з прогнозованими даними, отриманими методом FEM. Якщо модель не може точно передбачити динамічні властивості, вона повинна містити корисну інформацію про ці властивості (Багул та ін., 2014). У дослідженні Bagul et al. цей процес валідації виконано за допомогою ANSYS Workbench.

Модель конструкції представляла собою крило літака з аеродинамічним профілем серії NACA 4415, виготовлене з алюмінієвого сплаву 6061. Розміри профілю включали довжину хорди 1 м і загальну довжину крила 5,5 м.

Після створення моделі крила в CatiaV5 (рис. 3.3), його розглядали як консольну балку, яка була закріплена на одному кінці та вільна на іншому.

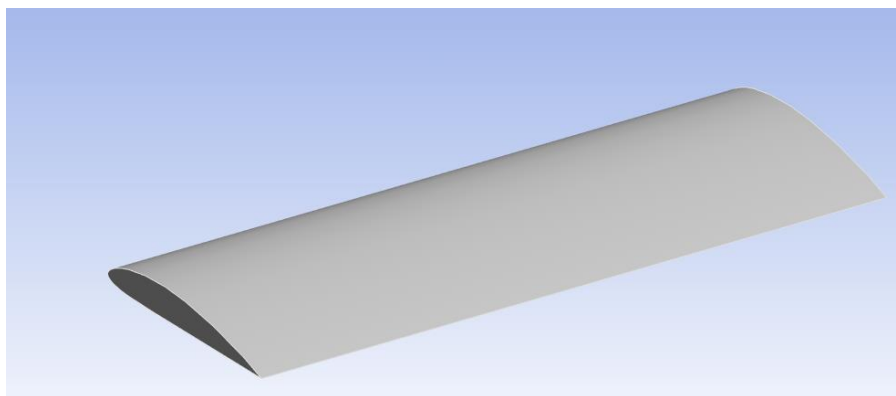


Рисунок 3.3. Модель крила

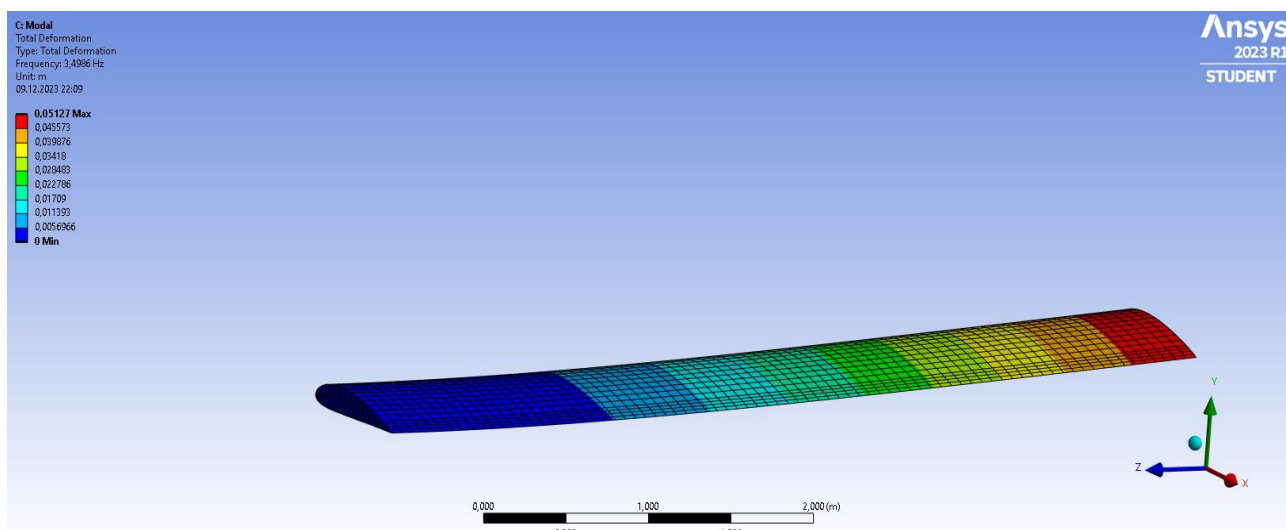


Рисунок.3.4. Епюра першої моди

Загальна кількість вузлів, згенерованих у сітці тестової структури, становить 13473, а загальна кількість елементів дорівнює 2291. Сітчаста структура представлена на малюнку 3.5.

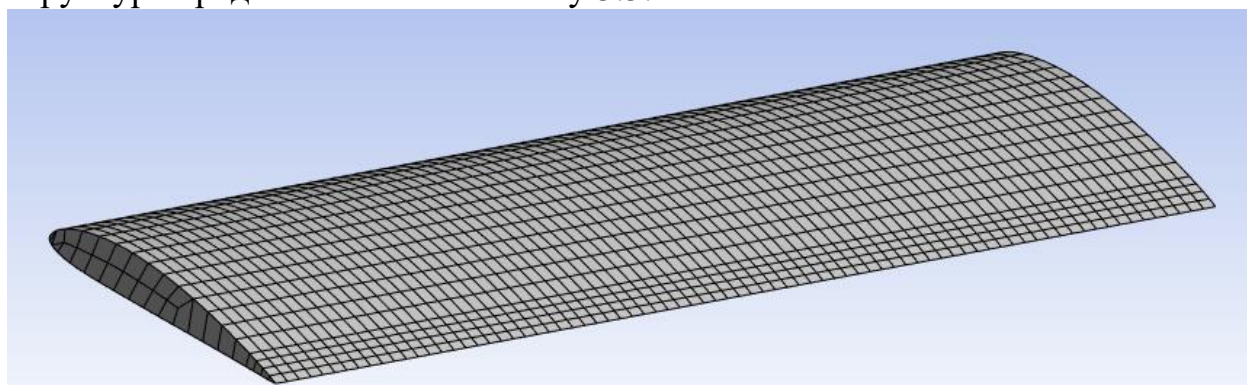


Рисунок.3.5. Отримані сітка крила

Модальний аналіз проводився за допомогою ANSYS, а отримані епюри крила представлені на рисунках, 3.4, 3.6-3.10. Відповідні частоти також наведені в таблиці 3.4.

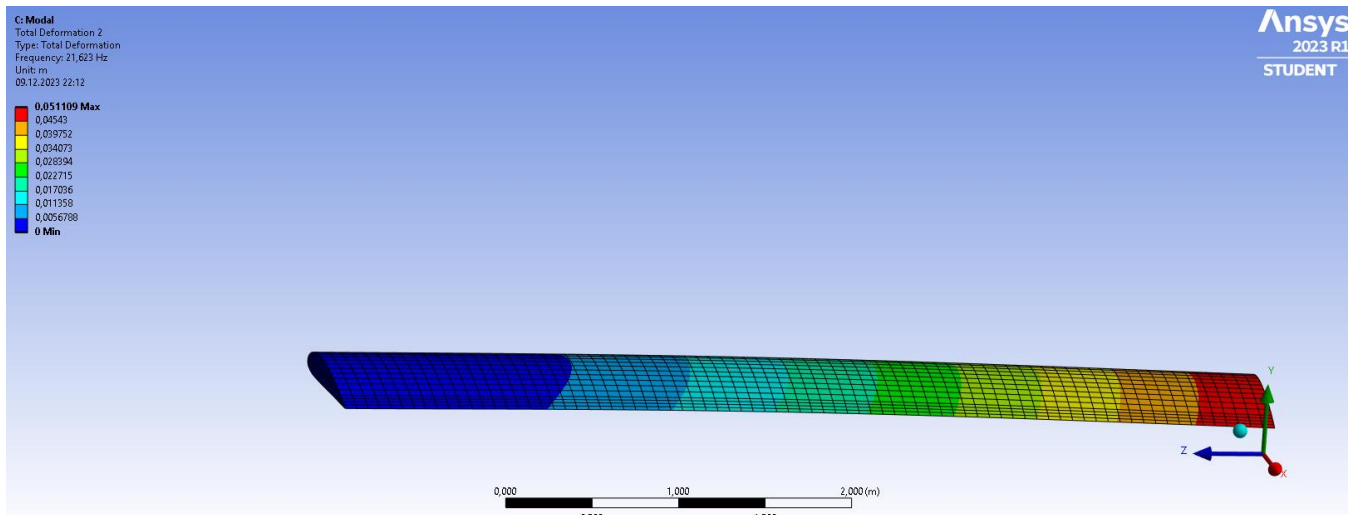


Рисунок.3.6. Епюра другої моди

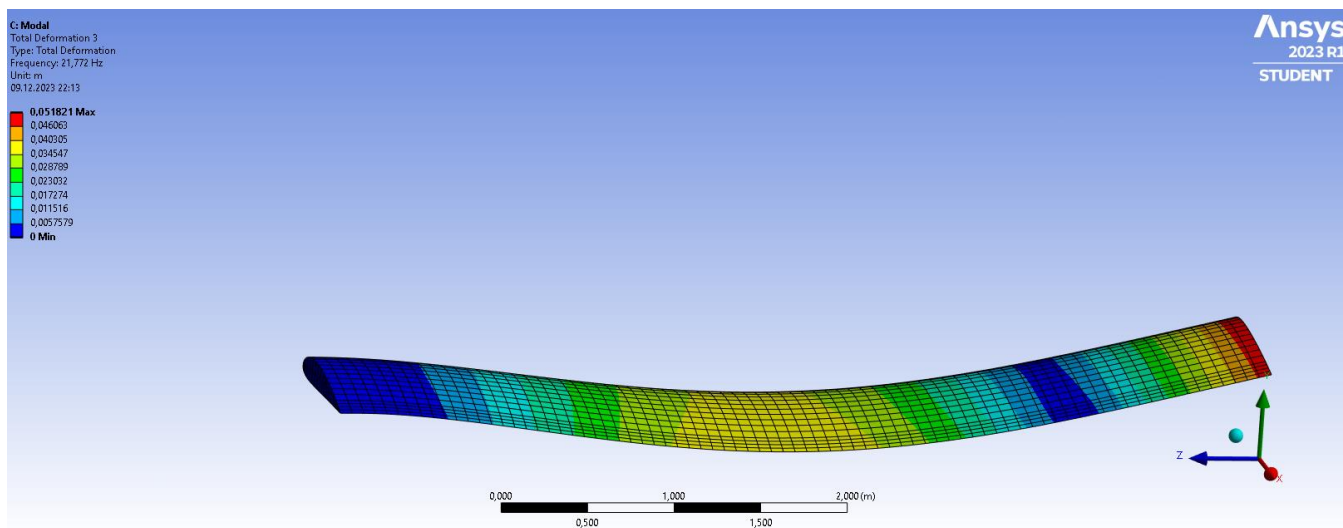


Рисунок.3.7. Епюра третьої моди

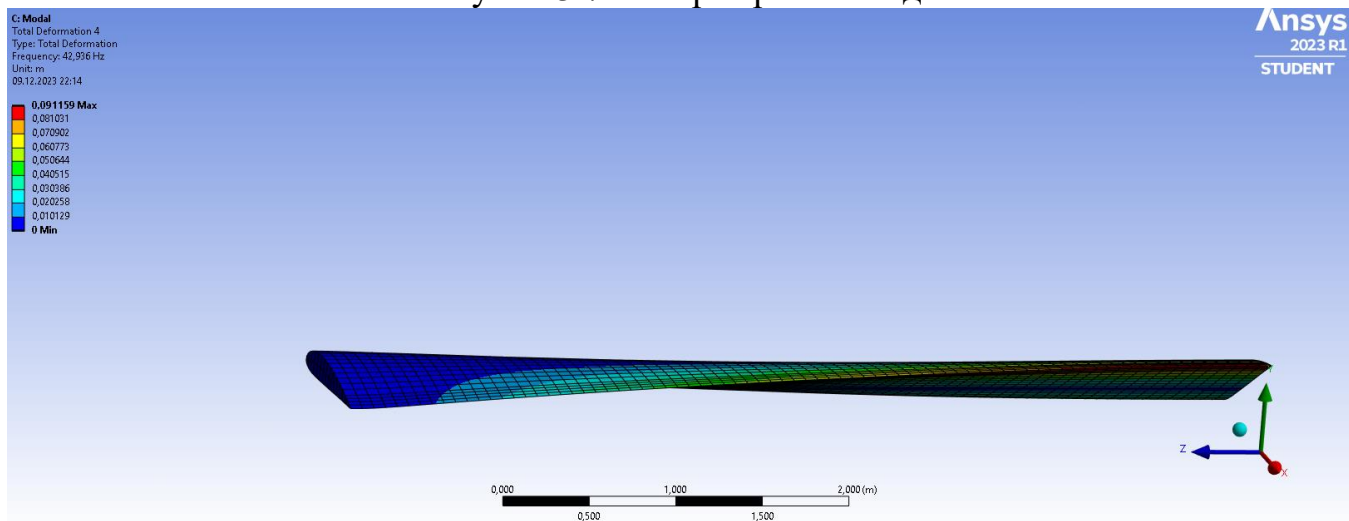


Рисунок.3.8. Епюра четвертої моди

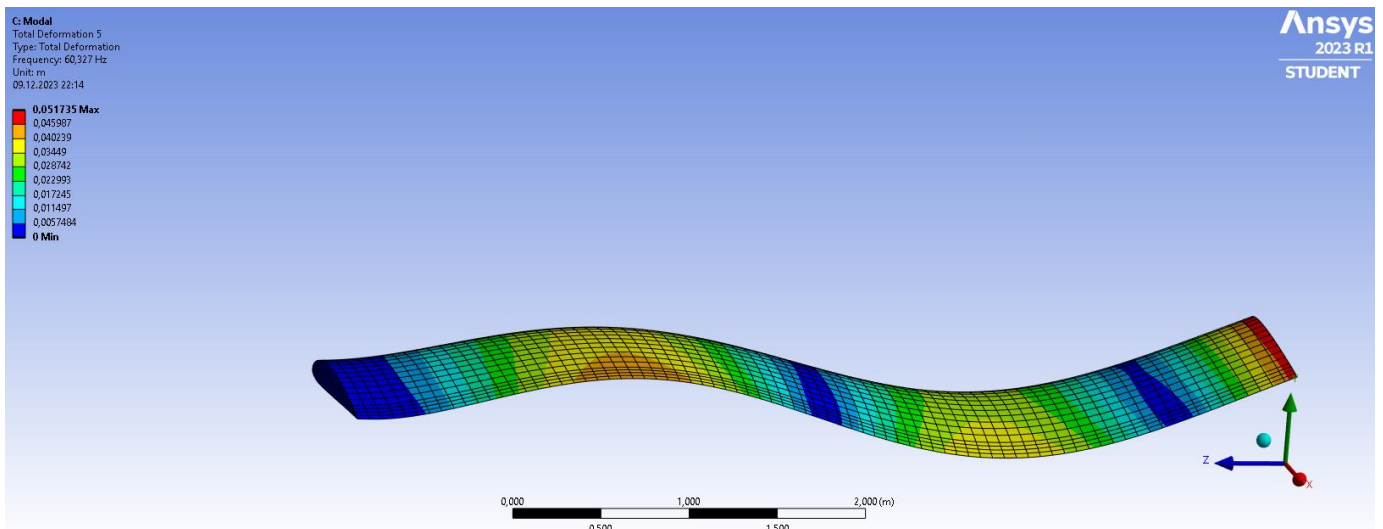


Рисунок.3.9. Епюра п'ятої моди

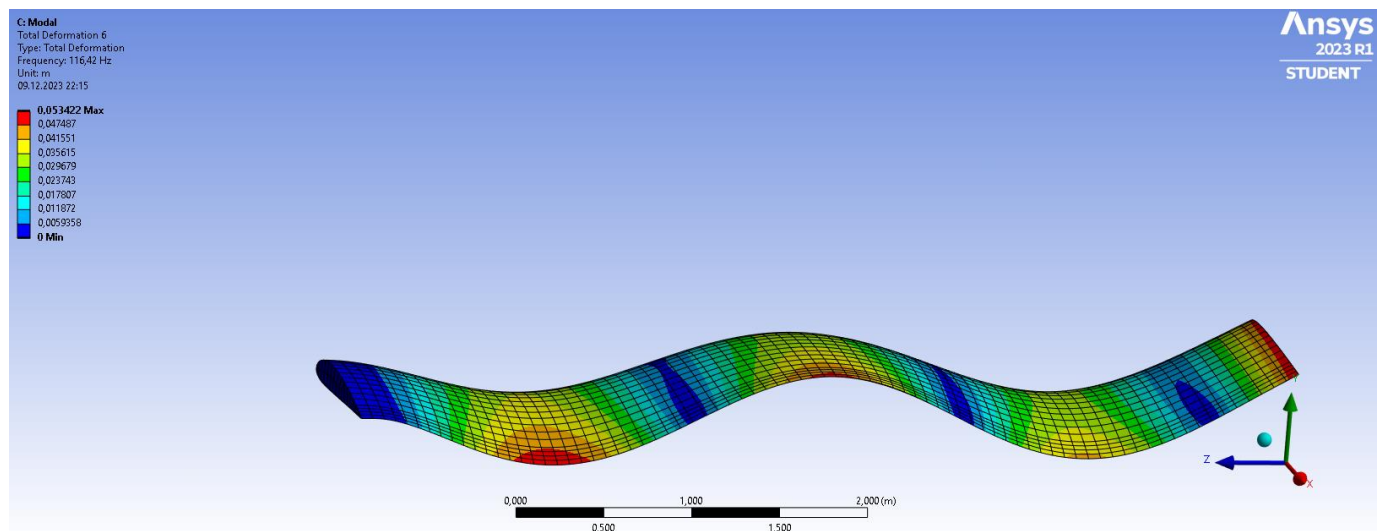


Рисунок.3.10. Епюра шостої моди

Таблиця 3.4. Результати числового модального аналізу вільних коливань

Моди	ξ , [Hz]
1	3,4986
2	21,623
3	21,772
4	42,936
5	60,327

6	116,42
---	--------

Продовження таблиці 3.4

3.3 Порівняння результатів

Таблиця 3.5. Порівняння результатів з урахуванням коефіцієнта помилок

Моди	$f, [Hz]$		Коефіцієнт похибок (%)
	Теоретичні результати	Числові результати	
1	3,503134	3,4986	0,13%
2	21,92465	21,623	1,38%
3	22,42302	21,772	2,90%
4	45,66418	42,936	5,97%
5	64,6878	60,327	6,74%
6	127,9195	116,42	8,99%

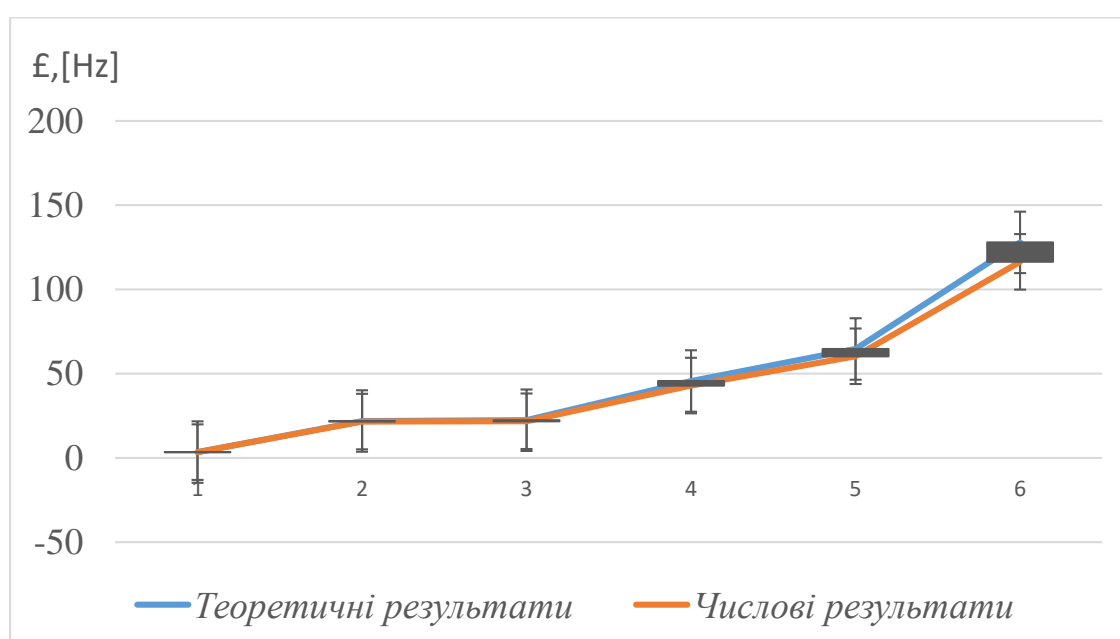


Рисунок.3.11 Порівняльні криві частоти консольної балки

Висновки до розділу

У цьому розділі виконано порівняння результатів числового модального аналізу та аналітичного методу. Отримані власні частоти з використанням обох аналізів (модального та теоретичного) наведені в таблиці 3.5 і зображені на малюнку 3.11. Слід зазначити, що спостерігається висока відповідність між результатами обох методів у першому режимі коливань. Однак зі збільшенням номера моди спостерігається зростання коефіцієнта похибок між числовим та теоретичним методами. Ці похибки можуть бути обумовлені використанням емпіричних формул (Рівняння 3.11 і Рівняння 3.12) та якістю сітки, що значно впливає на результати аналізу методом скінченних елементів (FEA).

Крило літака розглядається як консольна балка з метою проведення аналізу. Результати числового модального аналізу та теоретичного методу для консольної балки порівнюються. Виявлено, що отримані власні частоти з числового та теоретичного підходів відмінно співпадають. Перевірка модального аналізу консольної балки підтверджує правильність обраного числового модального аналізу крила літака.

РОЗДІЛ 4 АНАЛІЗ ВИПАДКОВОЇ ВІБРАЦІЇ в ANSYS

4.1 Структурний аналіз

Структурний аналіз є ключовою частиною процесу проектування та розробки конструкції літака, приділяючи особливу увагу крилам, які визначають його поведінку в повітрі. Крила є важливою складовою для генерації підйомної сили, і їх конструкція варіюється залежно від типу та призначення літака. Крило, що діє як поверхня аеродинамічного тиску, відповідає за створення підйомної сили, направленої вгору, та сили лобового опору, спрямованої протилежно рухові літака.

Мета - визначити оптимальний матеріал (алюмінієвий сплав чи титановий сплав) для виготовлення крила призначеного для дозвукового польоту. Для конструювання каркасу крила була використана цифрова серія NACA-4, а далі проведено моделювання та структурний аналіз каркасу крила за допомогою ANSYS WORKBENCH. Структурний аналіз виконується для оцінки напружень, що виникають від тиску та різних навантажень на крило.

Фізичною структурою, що моделюється, є крило літака з поперечним перерізом крила серії NACA 4415. Його розміри відповідають розмірам крила дослідницького дозвукового літака. Довжина хорди на вільному кінці становить 0,6 м, а на закріпленому кінці - 1 м, тоді як довжина крила – 5,5 м. Силова структура крила складається з 2 лонжеронів, 6 ребер та 8 стрингерів

Рис 4.1.

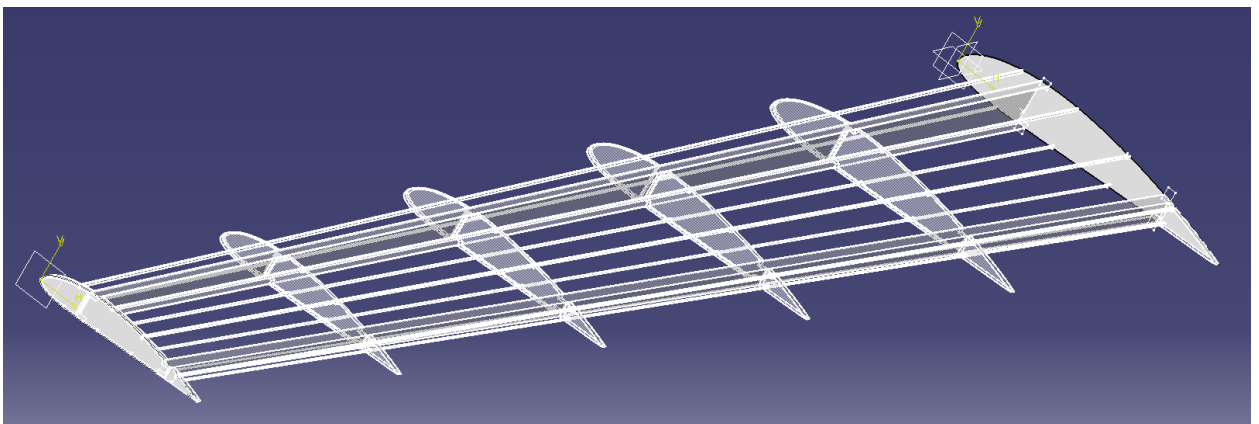


Рис 4.1. Силова структура крила

Вибір матеріалу для дослідження конструкції крила літака був остаточно обдуманий шляхом аналізу широкого спектру матеріалів, використовуваних у цій галузі. таким чином, для дослідження дослідних конструкцій були обрані кевлар-епоксидний та вуглецево-епоксидний композити (Ероху Carbon UD 395 GPa) з програмної бібліотеки ANSYS Workbench. Крім того, в якості матеріалів для лонжеронів, стрінгерів та ребер були обрані алюміній (Al) і титановий сплав.

Таким чином, у рамках дослідження змінювалося чотири різні варіанти, що забезпечують тип матеріалу, з якого виготовлена конструкція крила. послідовно до вибору матеріалів та їх характеристики наведені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1. Властивості матеріалів

Властивості матеріалу	Матеріали			
	Кевларова епоксидна смола	Епоксидний карбон UD (395 ГПа)	Титановий сплав	Алюміній (Al)
E_1 (ГПа)	75.8	209	96	69
E_2 (ГПа)	5.51	9.45	96	69
ν_{12}	0.30	0.27	0.36	0.33
ρ (кг/м ³)	1160	1540	4620	2707

Структурний аналіз було виконано для чотирьох категорійних випадків. Деталі кожного випадку, а також відомості про конкретні конструкції крила представлені в Таблиці 4.2.

Таблиця 4.2. Матеріали конструкцій крила для кожного випадку

	№ Номер випадку			
Крило. Структури	Випадок №1	Випадок №2	Випадок №3	Випадок №4
Оболонка	Кевларова епоксидна смола	Епоксидний карбон UD (395 ГПа)	Кевларова епоксидна смола	Епоксидний карбон UD (395 ГПа)
Силовий каркас	Ti	Ti	Al	Al

У структурному аналізі ми визначаємо оптимальний матеріал для конструкції дозвукового крила літака, розглядаючи алюмінієвий та титановий сплав. Для скелетної структури крила використовуються координати НАСА 4412, на які накладені граничні умови. Один кінець крила закріплено, і на верхню частину крила застосовано тиск 500 Па, а також силу тяжіння вздовж напрямку Y.

Основні структурні параметри, які нас цікавлять, включають повну деформацію, еквівалентне напруження, максимальне основне напруження, еквівалентну деформацію(рис.4.2-4.17). За результатами порівняння двох матеріалів обирається найкращий матеріал для конструкції крила, враховуючи оптимальні структурні параметри.

4.1.1 Структурний аналіз титанового сплаву

Випадок №1

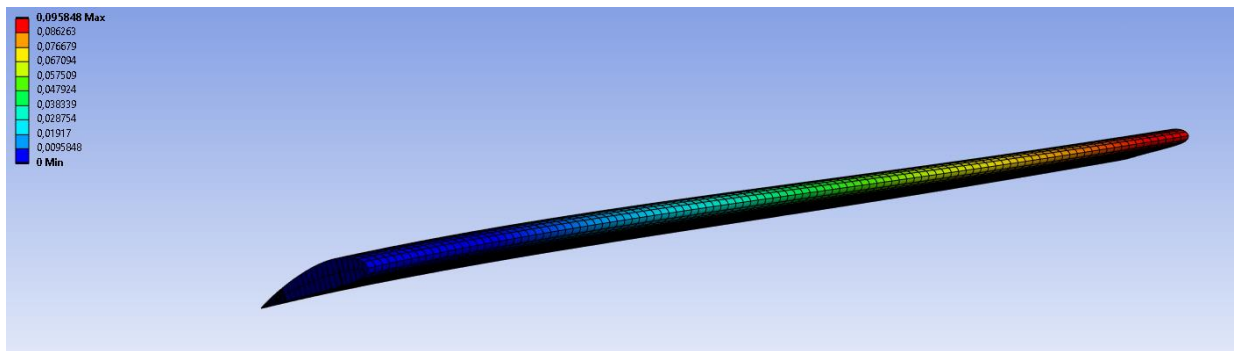


Рисунок 4.2. Значення повної деформації титанового сплаву,
максимальне значення становить 9,5848 мм

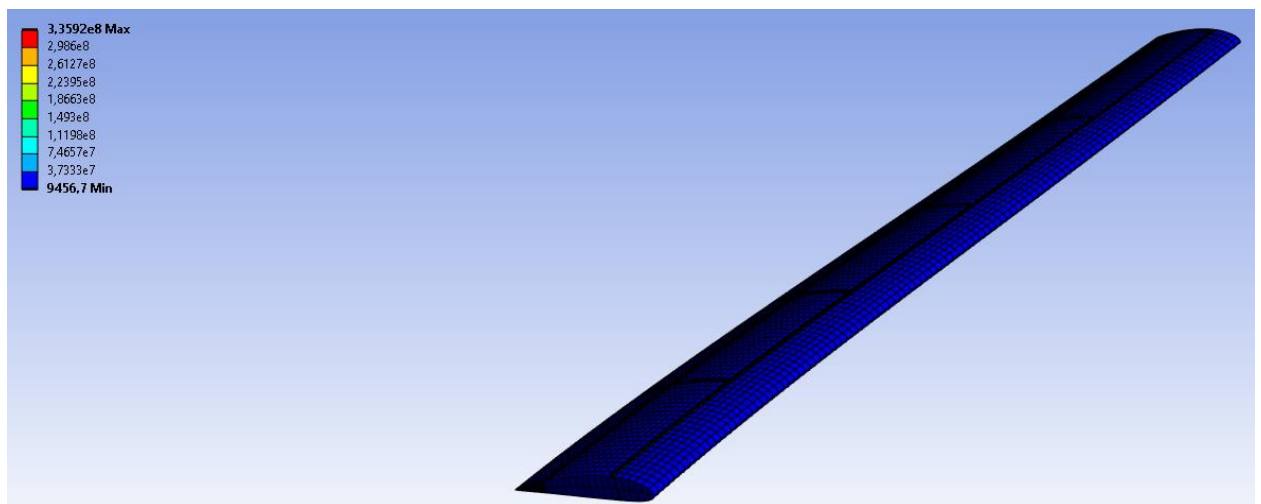


Рисунок 4.3. Значення еквівалентного напруження титанового сплаву,
максимальне можливе значення становить 335,92 МПа

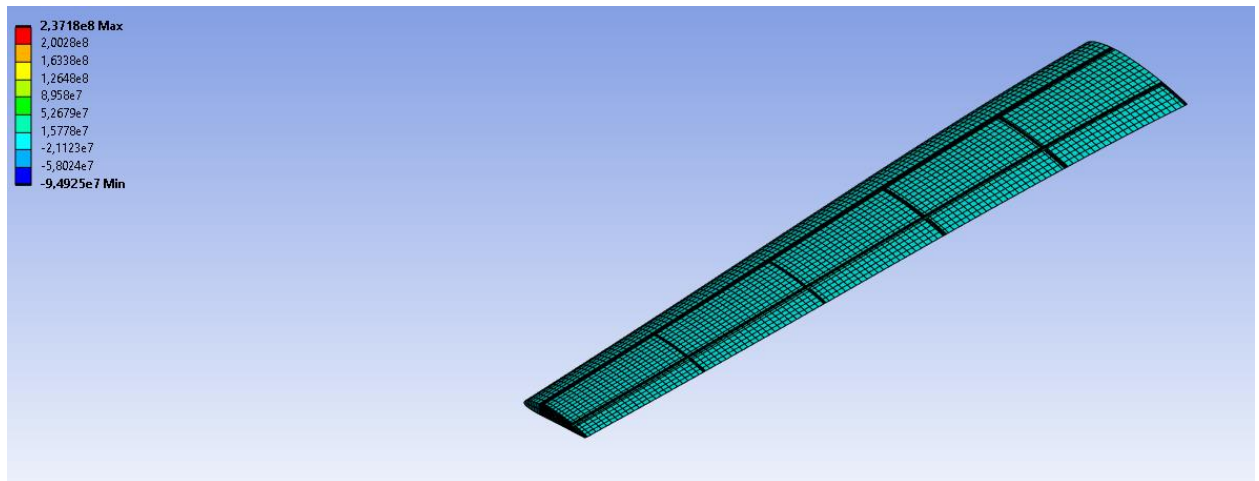


Рисунок 4.4. Значення основного напруження титанового сплаву, максимальне можливе значення становить 237,18 МПа

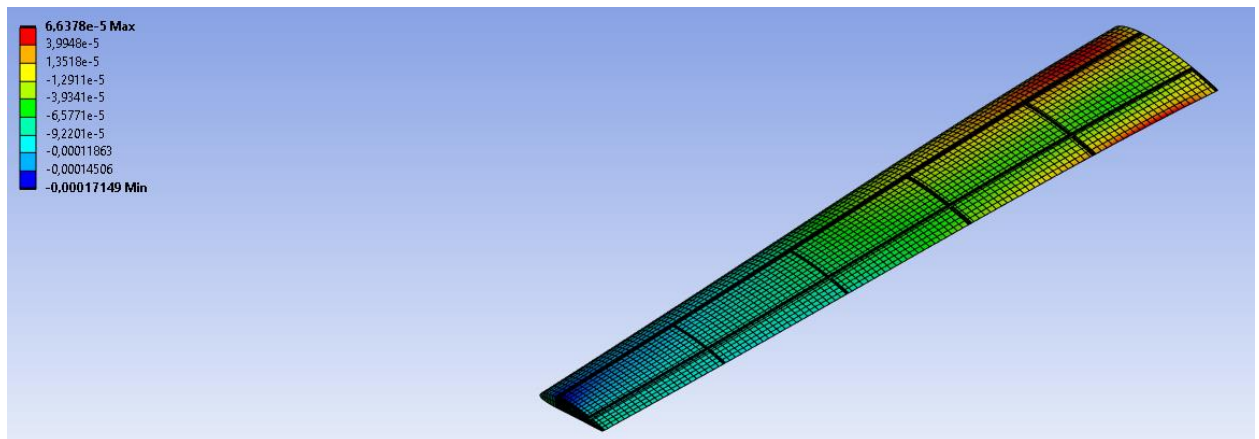


Рисунок 4.5. Значення еквівалентної деформації титанового сплаву, максимальне значення 0,06637мм

Випадок №2

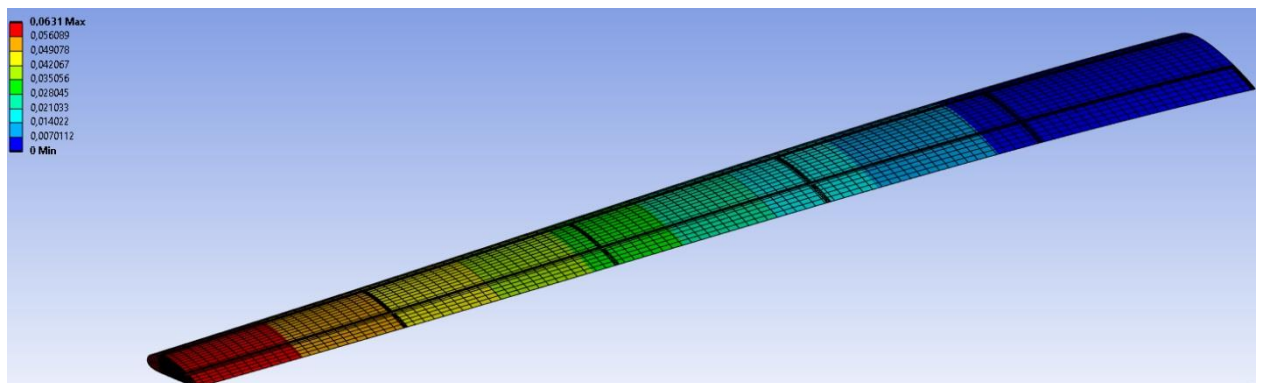


Рисунок 4.6. Значення повної деформації титанового сплаву, максимальне значення становить 6,31 мм

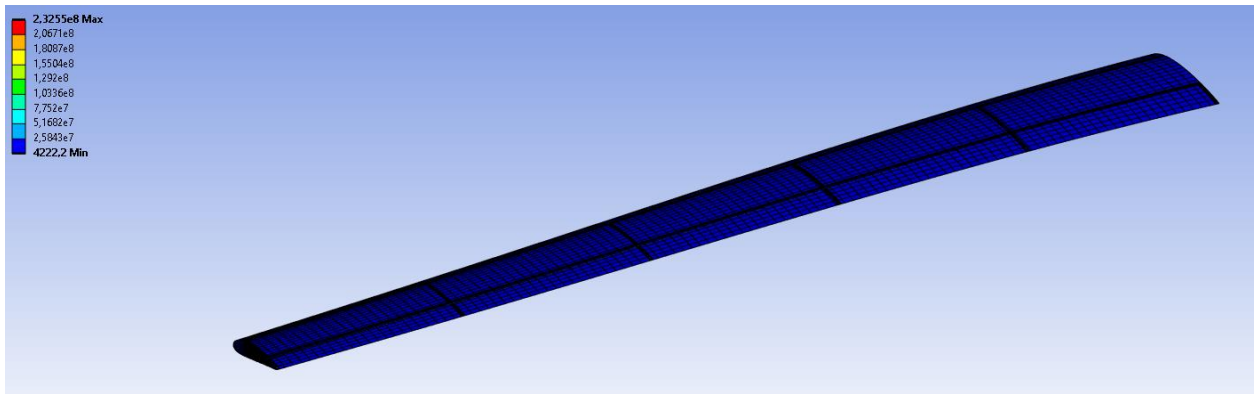


Рисунок 4.7. Значення еквівалентного напруження титанового сплаву, максимальне можливе значення становить 232,55 МПа

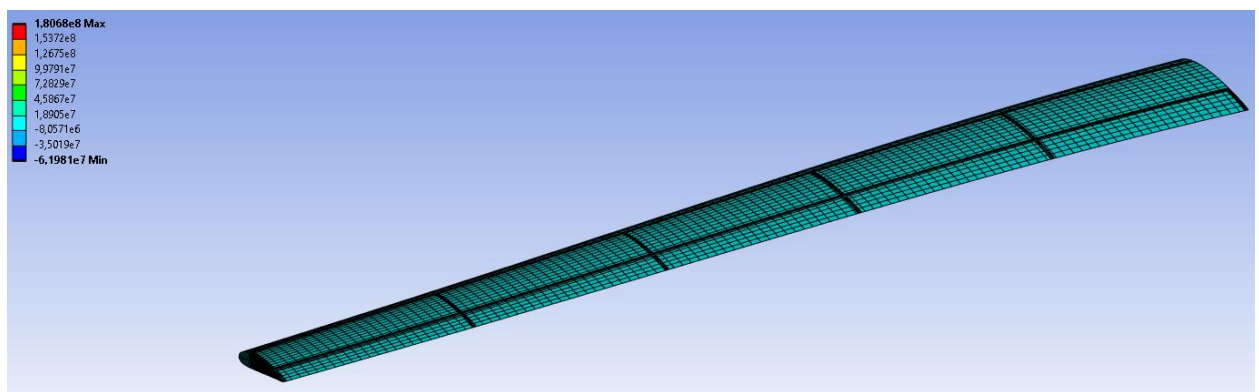


Рисунок 4.8. Значення основного напруження титанового сплаву, максимальне можливе значення становить 180,68 МПа

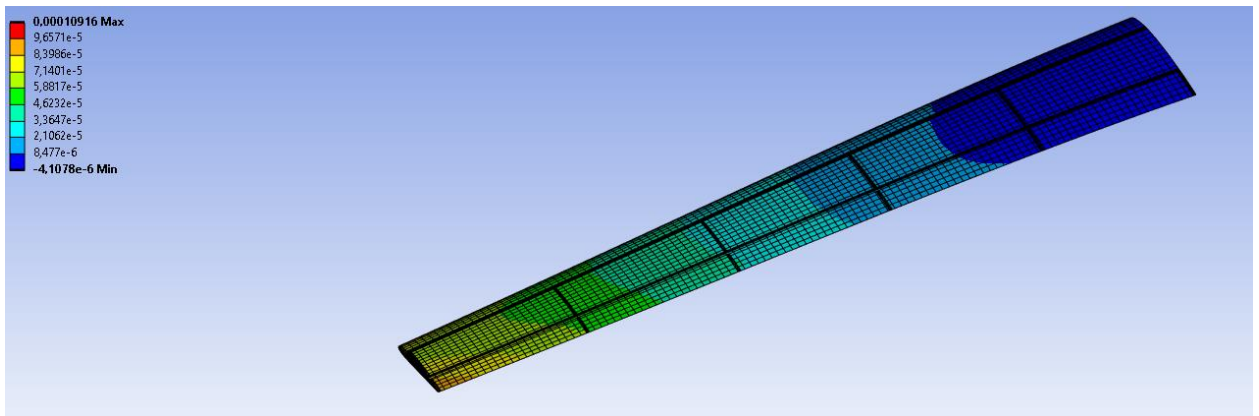


Рисунок 4.9. Значення еквівалентної деформації титанового сплаву, максимальне значення 0,0109 мм

4.1.2 Структурний аналіз алюмінієвого сплаву

Випадок №3

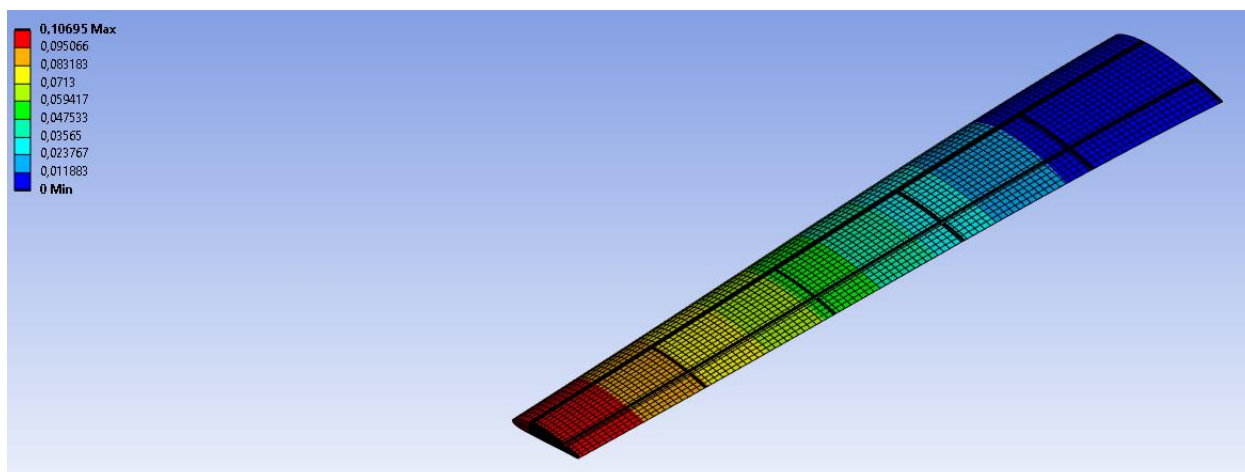


Рисунок 4.10. Значення повної деформації алюмінієвого сплаву, максимальне значення становить 10,69 мм

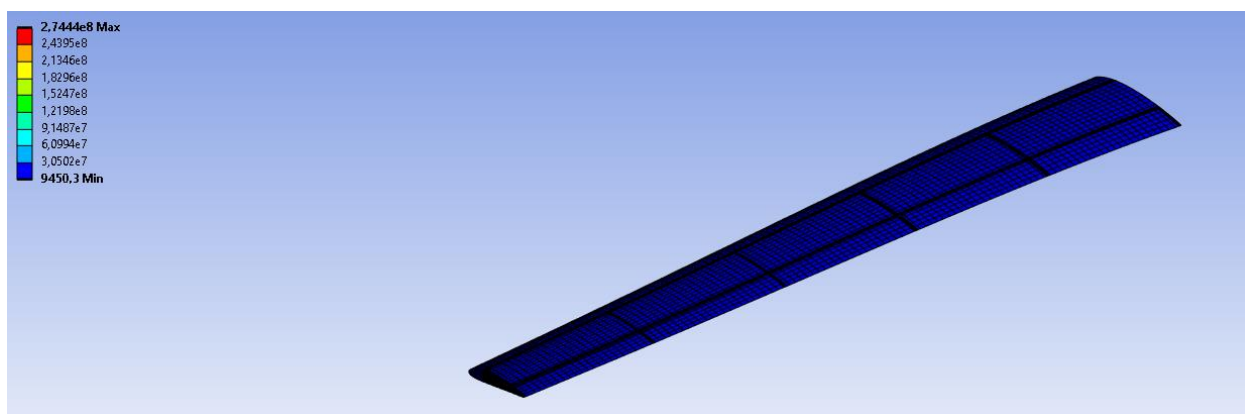


Рисунок 4.11. Значення еквівалентного напруження алюмінієвого сплаву, максимальне можливе значення становить 274,44 МПа

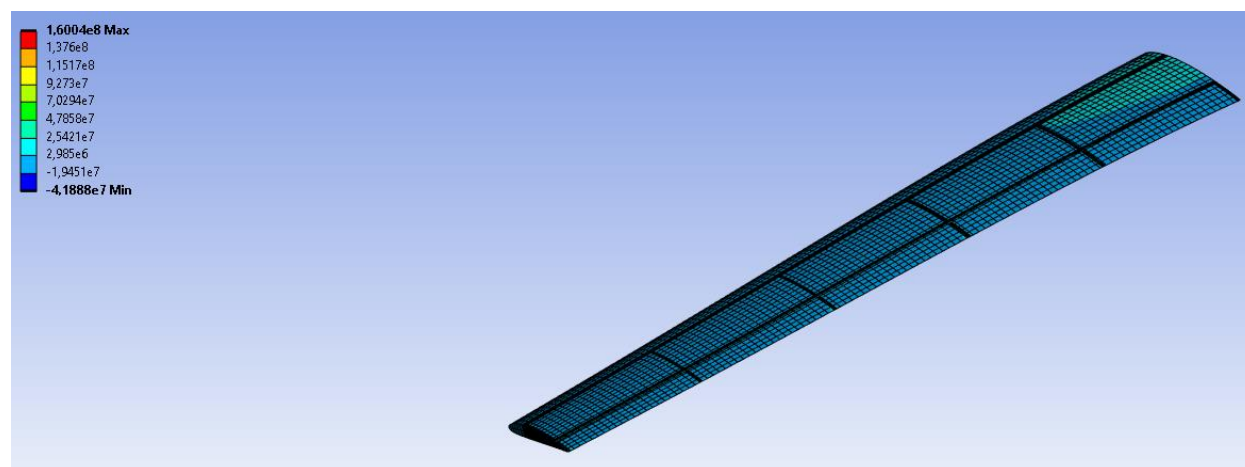


Рисунок 4.12. Значення основного напруження алюмінієвого сплаву, максимальне можливе значення становить 160,04 МПа

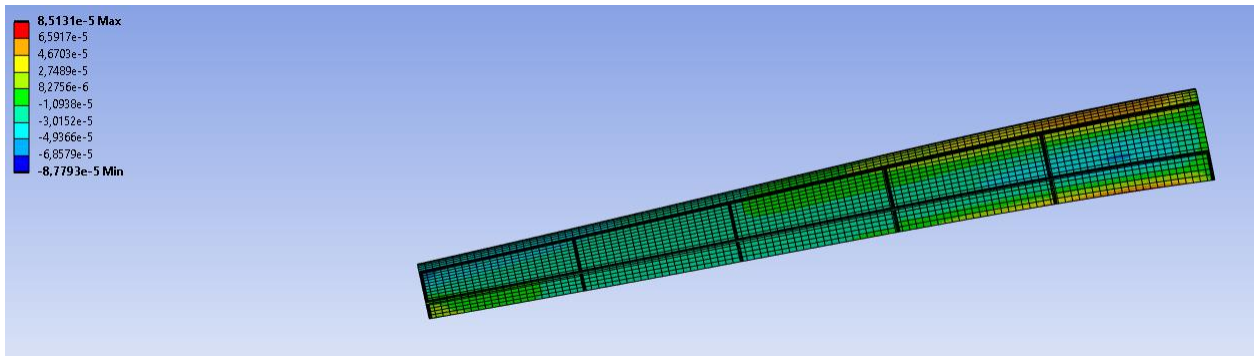


Рисунок 4.13. Значення еквівалентної деформації алюмінієвого сплаву, максимальне значення 0,008513мм

Випадок №4

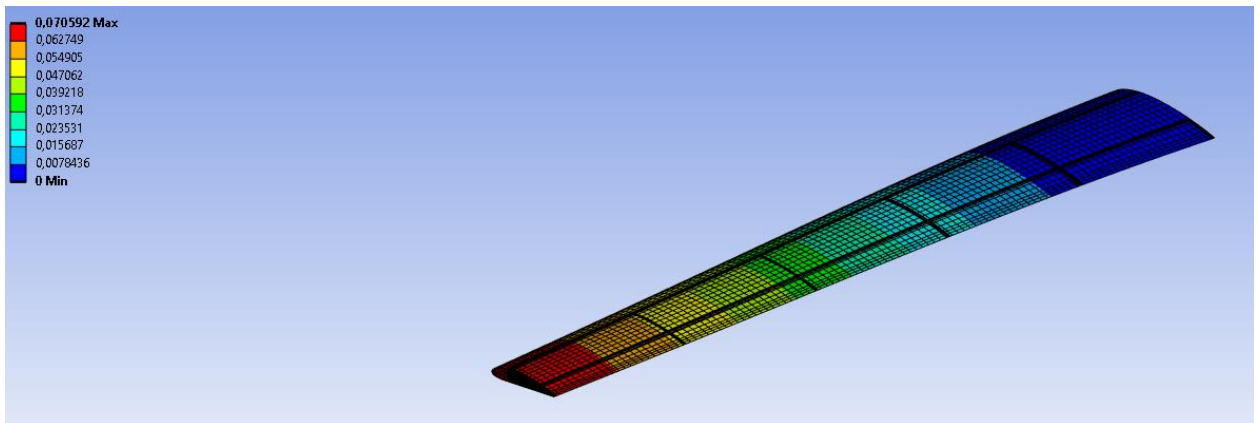


Рисунок 4.14. Значення повної деформації алюмінієвого сплаву, максимальне значення становить 7,05 мм

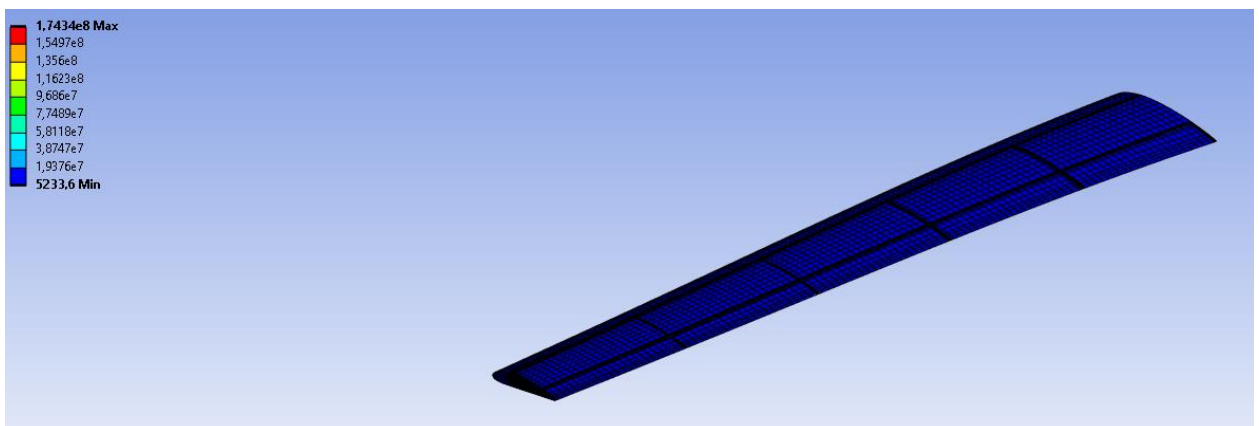


Рисунок 4.15. Значення еквівалентного напруження алюмінієвого сплаву, максимальне можливе значення становить 174,34 МПа

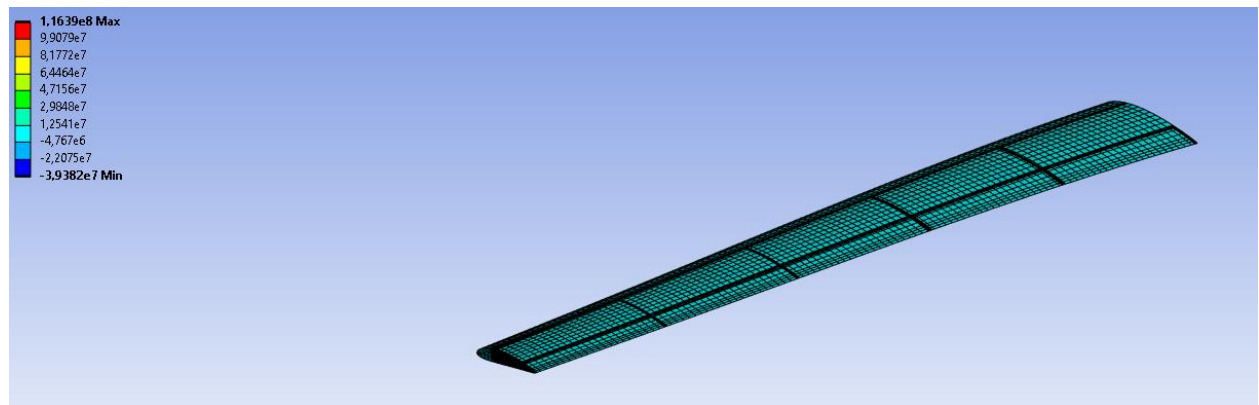


Рисунок 4.16. Значення основного напруження алюмінієвого сплаву, максимальне можливе значення становить 116,39 МПа

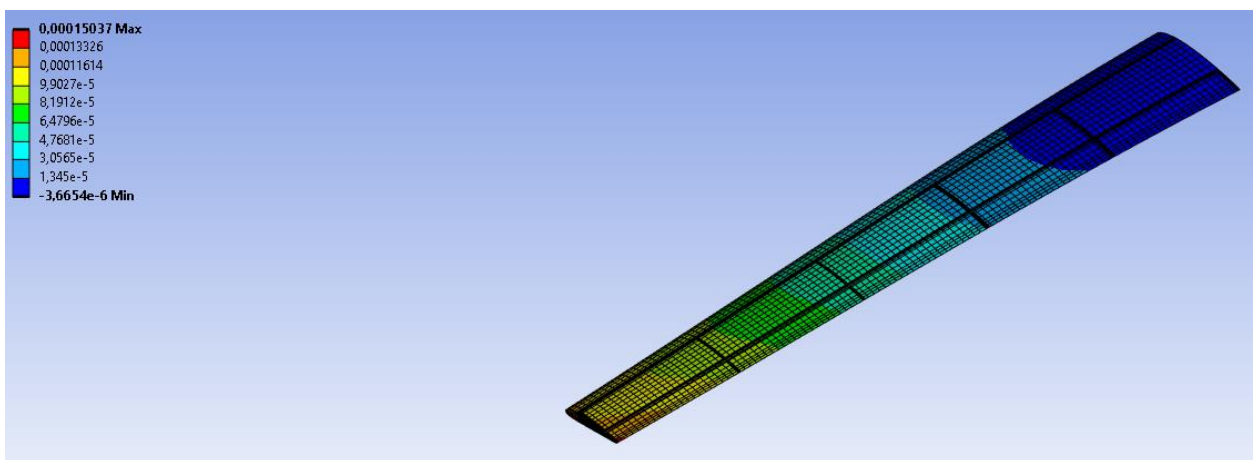


Рисунок 4.17. Значення еквівалентної деформації титанового сплаву, максимальне значення 0,015037 мм

Таблиця 4.2. Порівняння результатів структурного аналізу

Матеріал	Титан		Алюміній	
	Випадок №1	Випадок №2	Випадок №3	Випадок №4
Деформація, м	9,5848	6,31	10,69	7,05
Еквівалентне напруження, МПа	335,92	232,55	274,44	174,34
Максимальне головне напруження, МПа	237,18	180,68	160,04	116,39
Еквівалентна деформація	0,06637	0,0109	0,008513	0,015037

З отриманих результатів можна побачити, що значення еквівалентної напруги, максимальної основної напруги, для сплаву Al (алюмінієвого сплаву) є мінімальними порівняно зі сплавом Ti (титановим сплавом), а значення загальної деформації та еквівалентної деформації для обох сплавів є приблизно рівні.

Оскільки титановий сплав важче гнутися, свердлити та різати, його використання для створення крила збільшить витрати на виробництво порівняно з алюмінієвим сплавом. Титан зберігає свою міцність при високих температурах краще, ніж алюміній, проте у дозвукових літаках, таких як пасажирські літаки, нагрівання планера не є обмеженням конструкції, яке обмежує вибір між титановим та алюмінієвим сплавами.

Використання титанового сплаву може надати більшу міцність конструкції. Вплив напруги під час зльоту великий для титанового сплаву та менший для алюмінієвого сплаву, який є легким і міцним, а також допомагає зменшити вагу крила. Таким чином, вибір між титановим та алюмінієвим

сплавами може бути обумовлений балансом між міцністю, вагою та вартістю виробництва. Надалі обираємо Al для подальшого аналізу частот.

4.2 Порівняння частот власних коливань

Модальний аналіз був проводиться з визначенням 10 режимів для спостереження форм коливань конструкції крила літака, яка моделюється як консольна балка. Даний аналіз включав в себе дослідження деформацій у всіх цих режимах для вивчення вібраційної поведінки крила.

Результати дозволять ідентифікувати та інтерпретувати режими згину(Рис.4.18, 4.20) та кручення(4.19, 4.21) на основі форм режимів. Перші 10 власних частот, наведені в таблиці 4.3, вказують на характеристики коливань крила в кожному режимі. Ці результати слугують важливою інформацією для дальшого вдосконалення конструкції та розуміння її динаміки.

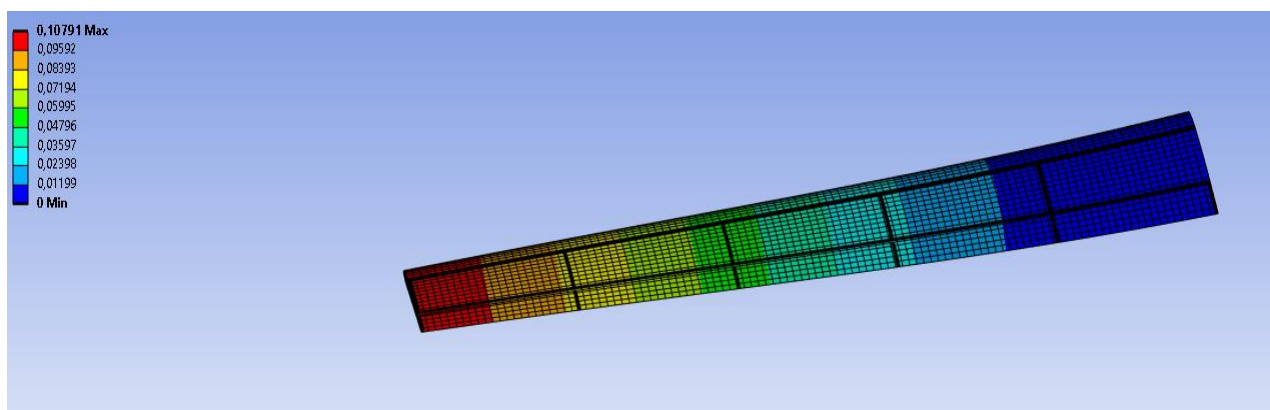


Рисунок 4.18. Епюра режиму згину(поверхня Кевларова епоксидна смола)

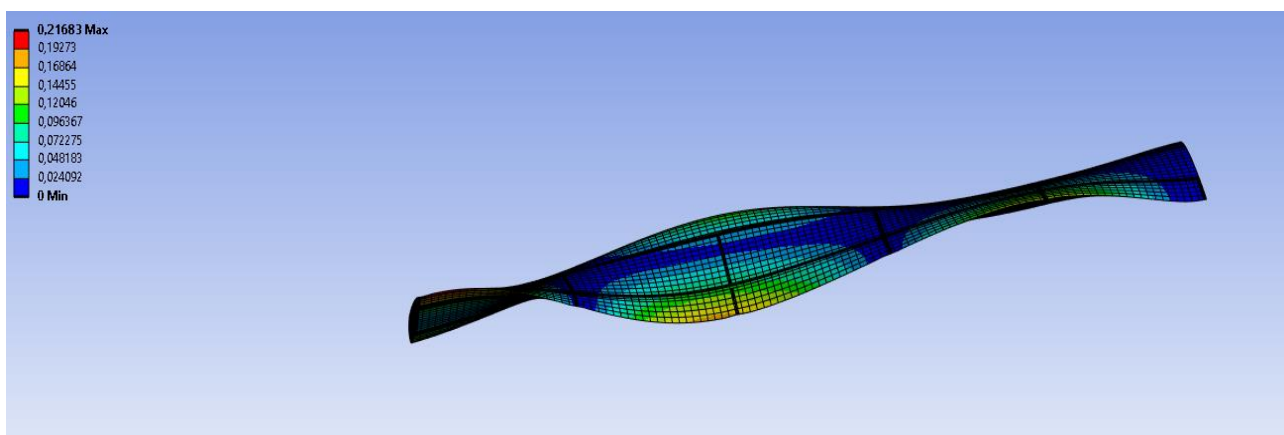


Рисунок 4.19. Епюра режиму кручення(поверхня Кевларова епоксидна смола)

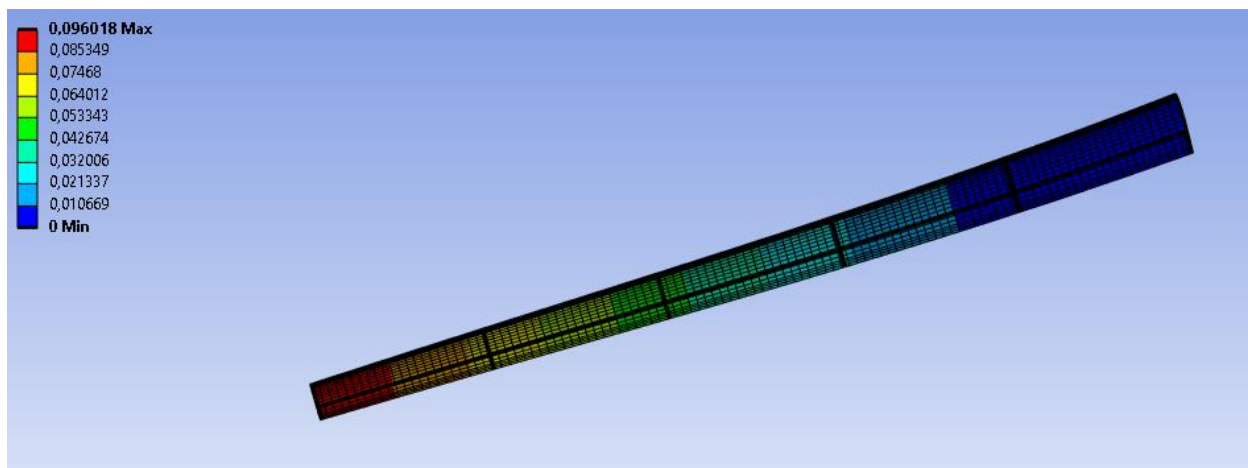


Рисунок 4.20. Епюра режиму згину(Епоксидний карбон UD (395 ГПа))

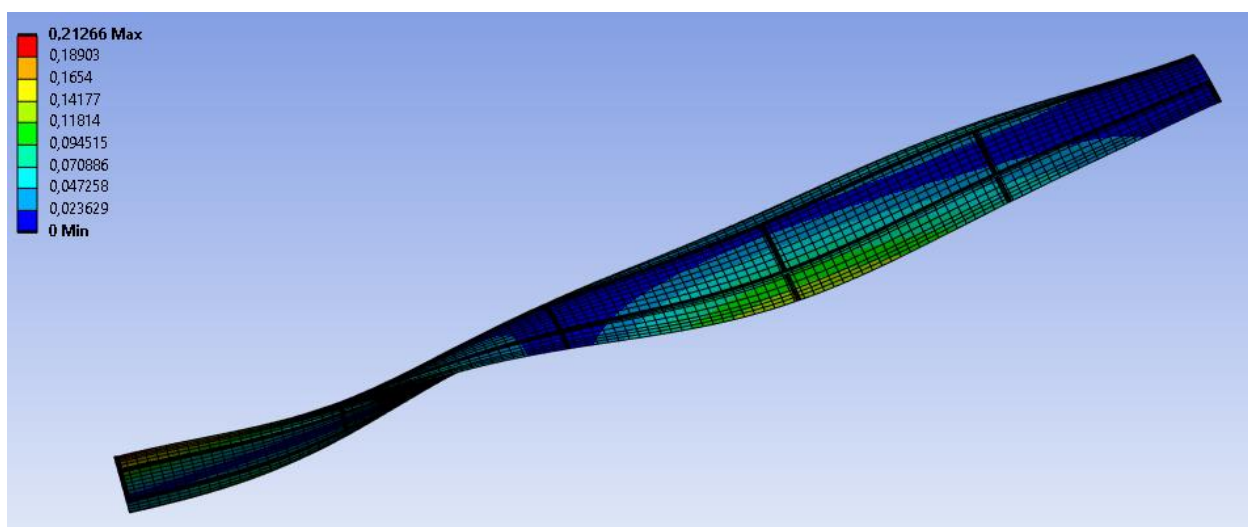


Рисунок 4.21. Епюра режиму кручення(Епоксидний карбон UD (395 ГПа))

Таблиця 4.3. Порівняння результатів частотного аналізу

Режим	Власна частота (Гц)	
	Кевларова епоксидна смола	Епоксидний карбон UD (395 ГПа)
1	2,4154	2,8622
2	9,3227	11,39
3	10,339	13,475
4	21,934	27,334
5	24,228	38,557
6	40,421	50,901
7	45,393	60,265
8	51,084	81,54
9	64,449	84,265
10	81,043	119,95

Із спостережень та порівняння показників можна визначити, що матеріал оболонки Carbon Ероху UD виявляє вищу власну частоту порівняно кевларовим епоксидним матеріалом.

4.3 Випадкова вібрація крила

Аналіз випадкової вібрації має лінійний і недетермінований характер. Випадковість є характеристикою вхідного збудження, яке називають вхідним PSD. Аналіз випадкової вібрації дає змогу визначити реакцію конструкції на вібраційні навантаження, які є випадковими за своєю природою. Випадковість є характерною для збудження або вхідного сигналу.

У випадковому аналізі вібрації збудження, такі як швидкість, такі як швидкість, зміщення або прискорення, не є детермінованими, такі вхідні збудження є статистичними за своєю природою. При вібраційних збудженнях частотний вміст історії часу або спектру фіксується разом зі статистичними даними та використовується як навантаження в аналізі випадкової вібрації. Цей спектр називається спектральною щільністю потужності або PSD. Аналіз випадкової вібрації використовує метод суперпозицій, який потребує даних лінійного аналізу природної частоти або модального аналізу та кривих спектральної щільності потужності, які представляють енергію вібрації в статистичній формі. Аналіз визначає середньоквадратичний відгук переміщень на напруг, що є результатом постійної випадкової вібрації з часом.

На заданому спектрі частот середнє значення має тенденцію залишатися постійним. Таким чином навантаження можна охарактеризувати статистично, за допомогою графіка щільності спектра потужності. Збудження, як випадковий процес, слідує розподілу Гауса. Значення однієї сигми представляють поточний 68,3 відсоток часу, тоді як значення трьох сигм представляють 99,7 відсотків часу.

Переваги, які існують при пошуку статистичних результатів результатів, а не розгляду динаміки в часі, полягають в тому, що, по-перше, ми не можемо точно охарактеризувати навантаження, воно є випадковим. По-друге розв'язання історії конструкції в часі під час випадкової вібрації є обчислювально дорогим і завжди дає корисні результати в таких ситуаціях.

Оскільки для багатьох процесів середнє значення випадкового збудження має тенденцію залишатися відносно постійним Цей аспект ми

вокористовуємо для генерації щільності спектра потужності, як характеристики випадкового збудження як статистичного процесу. Замість того, щоб оцінювати збудження в часовій області PSD представляє збудження в частотній.

Дивлячись на графік, горизонтальна вісь- частота в одиницях Герц, вертикальна вісь – середній квадрат амплітуди на Герци. Використання середньоквадратичного значення є відповідним показником потужності сигналу, оскільки середнє значення буде ближче до нуля та матиме додатній знак і може використовуватись для різних частот.

Для нашої крила поверхня якого з матеріалу кевлар епоксидна смола, та силові елементи виготовлені з алюмінієвого сплаву проведемо аналіз 20 режимів(Рис.4.22) для більш детального моделювання випадкових вібрацій.

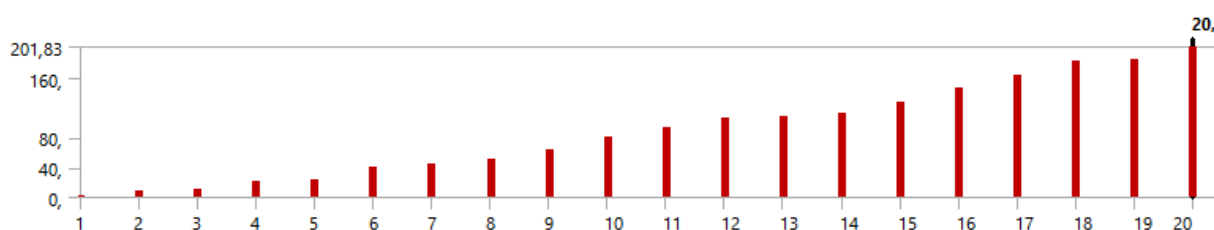


Рисунок 4.22. Модальний аналіз 20 режимів

Надалі задаємо криву PSD для випадкового збудження вітру, який діє на крило з прискоренням. Прописуємо відповідні дані для проміжків частот(Рис.4.23) та отримуємо криву(Рис.4.24).

	Frequency [Hz]	<input checked="" type="checkbox"/> Acceleration [(m/s²)²/Hz]
1	1,	1,e-002
2	2,	1,e-002
3	20,	0,2
4	40,	0,5
5	80,	1,
6	120,	1,
7	160,	0,5
8	200,	0,2

Рисунок.4.23 Вхідні дані випадкового прискорення вітру

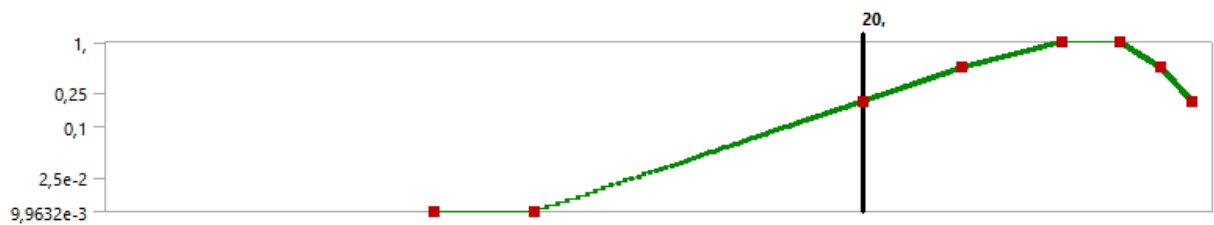


Рисунок.4.24. Вхідний графік щільності спектра потужності

Відповідно отриманих вхідних даних розраховуємо деформації за напрямком по осі Y для однієї та трьох сигм.

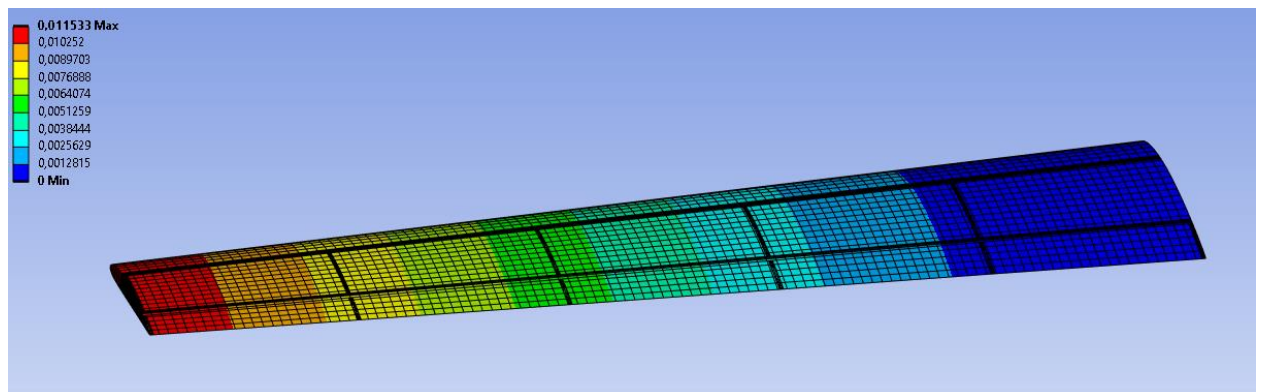


Рисунок.4.25 Деформація у випадках 1σ

На Рис.4.25. бачимо, що результат 1 сигма для максимальної деформації у напрямку Y становить 0,0115 м, розташований на вільному кінці балки. Це означає, що в 68,3% випадках деформація буде 0,0115 м або менше.

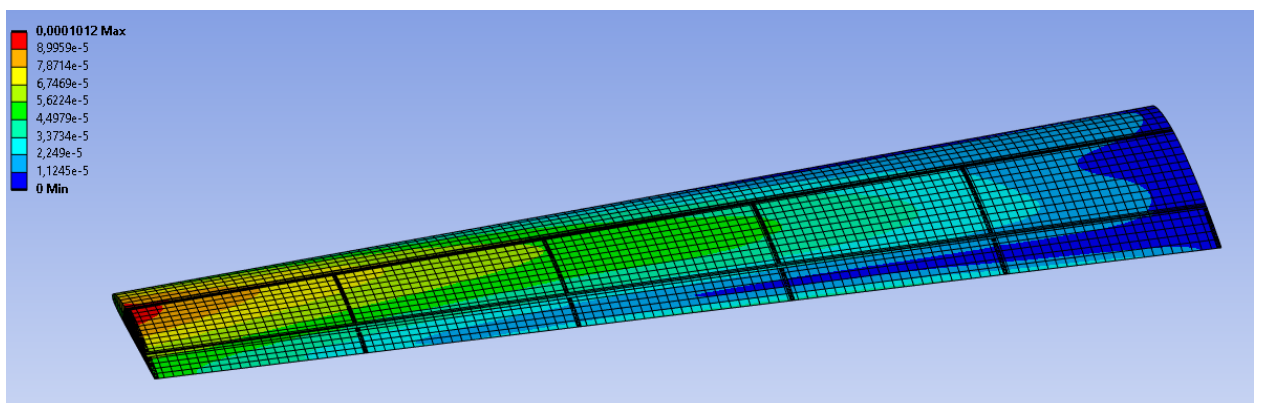


Рисунок.4.26 Деформація у випадках 3σ

На Рис.4.26. бачимо, що результат 3 сигма для максимальної деформації у напрямку Y становить 0,0001012 м, розташований на вільному кінці балки. Це означає, що в 99,7% випадках деформація буде 0,0001012 м або менше.

Як і вхідні дані, вихідні дані також мають розподіл Гауса та нульове значення. Результати повідомляються в межах довірчих інтервалів. Інтерпретація полягає в тому, що 68,8% або 99,73% результатів будуть між 0 і значенням стандартного відхилення з однаковою ймовірністю для позитивних та негативних випадків. Це стосується напружень, переміщень, деформацій та сил, які загалом мають нормальний розподіл. Величини такі, основна напруга, еквівалентна напруга, інтенсивність напруги не можуть бути так легко оцінені. Оскільки компоненти напруги не можна просто звести в квадрат разом у статистичному сенсі, а функція щільності похідних напруг не є Гаусовою. Для еквівалентного напруження, яке необхідним в оцінці реакції металевих конструкцій, використовується алгоритм Сігалмана-Фулчера для обчислення значущого значення еквівалентного напруження. Звідси використовується правило “3 σ ”, при якому відбувається множення середньоквадратичного значення на 3, яке дає консервативну оцінку верхньої межі еквівалентного напруження.

Відновідь PSD забезпечую спектральний відгук компонента, що піддається випадковому збудженню. Відображається як квадрат відповіді спектра в діапазоні частот збудження. Надається інформація про те, як потужність розподіляється як функція частоти. Квадратний корінь PSD відповіді є так званим середньоквадратичним значенням (RMS). Центроїд області під відповідним датчиком PSD відносно частоти називається “очікуваною частотою”, що може дати інформацію чи відбувається потужність відгуку на домінуючій природній частоті або поблизу неї. Тоді можна розглянути можливість зміни конструкції, щоб змістити або навіть усунути цю власну частоту. Побудуємо модель еквівалентної напруги для 1 σ (Рис.4.27).

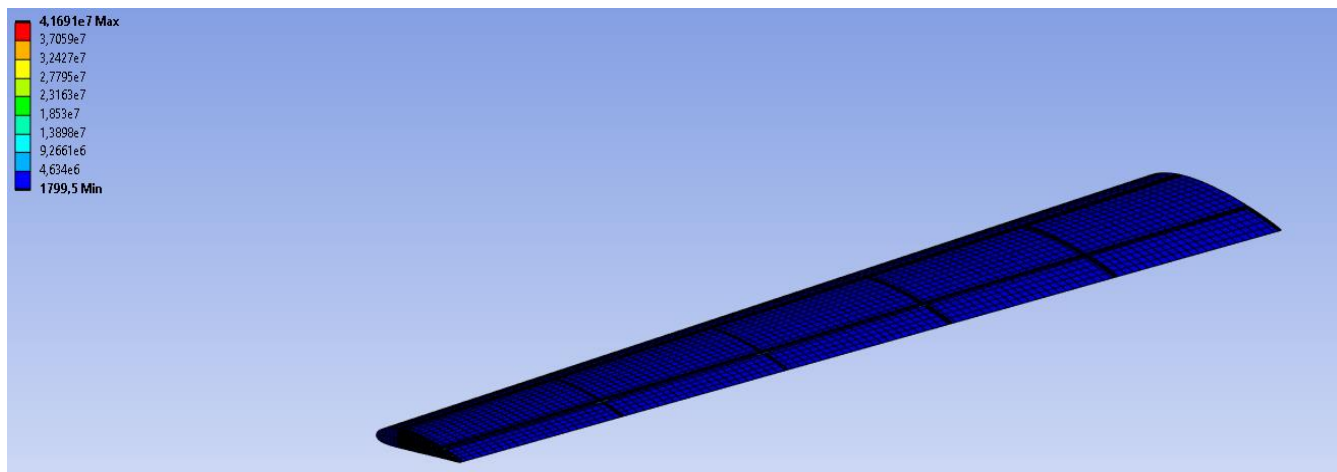


Рисунок.4.27. Еквівалентна напруга(Фон-Місеса) для 1б

Бачимо, що еквівалентне значення отриманої напруги дорівнює 41,69МПа, коли помножимо його 3, значення виходить 125,07Мпа. Це значення дає нам консервативну оцінку верхньої межі еквівалентного напруження.

Після побудови деформації на еквівалентного напруження за напрямком осі Y моделюємо відповідь(RPSD) для вільного кінця крила.

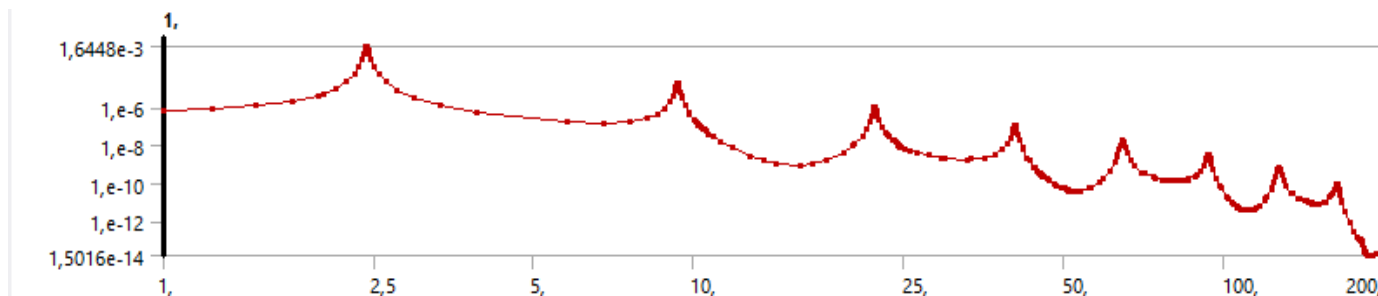


Рисунок.4.28. Відповідь(RPSD)

Отриманий відгук моделі вказує на те, що піки знаходяться на частотах 2,41; 9,27; 20,04; 40,22; 64,33; 93,59; 126,71; 164,49. Та відповідають режимам:

- 1-2,41;
- 2-9,27;
- 6-40,22;
- 9-64,33;
- 11-93,59;
- 15-126,71;
- 17-164,49.

Та частота 40,22 наближена до режиму 6.

В даному випадку RMS є 100% а очікуване значення 2,8998 Hz. RMS – це відсоток середньоквадратичного видраного діапазону у всьому діапазоні частот.

Втома металу – це локалізоване та структурне пошкодження, яке виникає, коли матеріал піддається циклічному навантаженню. Важко виявити прогресуюче погіршення під час втоми, тому катастрофічні збої можуть статися без попередження.

Існує два підходи до розрахунку довговічності конструкції, що піддається циклічному навантаженню: довговічність під напругою та стійкість до деформації. Довговічність під напругою зазвичай використовується для циклів навантаження з високим циклом втоми. У цьому випадку напруги зазвичай невеликі порівняно з межею міцності матеріалу. Стійкість до деформації використовується зазвичай для малоциклової втоми, коли кількість циклів навантаження низька. Часто пластична деформація відбувається для малоциклової втоми.

Ми виконаємо аналіз втоми в частотній області для аналізу випадкової вібрації та гармонійного аналізу. У цьому розрахунку використовується метод довговічності напруги. Аналіз втоми експлуатації керується співвідношенням між напругою і кількістю циклів до відмови. Для обчислення сукупного збитку конструкції використовується правило Майнера. Він заснований на ідеї, що кожен цикл напруги використовує частину втомного ресурсу конструкції. Для належного визначення втомних властивостей матеріалу діапазони напруги та відповідну кількість циклів повинні бути визначені для розрахунку втомного пошкодження. При обчисленнях також зосередимо увагу на формулюванні Штейнберга. У цьому формулюванні використовуються всі три напруги (1 σ , 2 σ , 3 σ) та швидкість їх появи. Формулювання передбачає розподіл Гауса з 68,27% циклів, що відбуваються при нарузі 1 σ , 27,18% циклів, що відбуваються при нарузі 2 σ , 4,28% циклів, що відбуваються при нарузі 3 σ .

Цей метод підрахунку разом із правилом Майнера використовується для обчислення загального пошкодження від втоми та терміну служби системи.

Розрахунок випадкової втомим від вібрації залежить від статистичної частоти, яка є співвідношенням середньоквадратичної швидкості та середньоквадратичного переміщення. Тривалість впливу – це час в секундах, протягом якого застосоване навантаження.

Висновки до розділу

Проведений структурний аналіз дозволяє визначити оптимальний матеріал для силової структури крила призначеного для дозвукового польоту. Отримані дані про повну деформацію, еквівалентне напруження, максимальне основне напруження та еквівалентну деформацію є важливими параметрами для вибору матеріалу з відповідними механічними властивостями.

Результати модального аналізу надають інформацію про форми коливань крила та визначають характеристики кожного режиму. Ідентифікація та інтерпретація режимів згину та кручення є важливими для подальшого розуміння вібраційної поведінки крила. Представлені власні частоти вказують на характер коливань у кожному режимі.

Розглянуто широкий спектр режимів для моделювання випадкових вібрацій. Графіки щільності спектра потужності, деформації та напруги у ймовірних випадках дозволяють знайти найбільш небезпечні режими серед частот. Це важлива інформація для детального аналізу вібраційної динаміки крила літака та вдосконалення конструкції для підвищення стійкості та надійності.

Отримані результати є ключовими для розробки ефективних стратегій конструкції крила літака для дозвукового польоту. Оптимальний матеріал і вивчення вібраційної поведінки надають підґрунтя для подальших досліджень та вдосконалення літаків з точки зору механічної стійкості та аеродинамічної ефективності.

РОЗДІЛ 5 СТІЙКІСТЬ КРИЛА ЛІТАКА ДО ФЛАТТЕРА ЯК ФУНКЦІЇ КОЕФІЦІЄНТА ДЕМПФУВАННЯ

5.1 Динамічна аеропружність

По-перше, важливим аспектом є розгляд динамічної аеропружності, яка представляє собою взаємодію інерційних та аеродинамічних сил.

5.1.1. Тріпотіння

Згідно з дослідженнями Collar (1978) та Garrick і Reid (1981), флаттер є одним з ключових явищ в області аеропружності і вважається найскладнішим для прогнозування. Це самозбуджені нестабільні коливання, при яких конструкція отримує енергію від повітряного потоку, часто призводять до катастрофічного руйнування (Wright & Cooper, 2008). Флаттер - це форма динамічної нестабільності, яка може виникнути через умови зупинки або буферизації.

Крім того, виникає класичне поєднання згинання і кручення, коли аеродинамічні сили, пов'язані з рухом у двох режимах коливань, спричиняють небажане поєднання цих режимів. Флаттер поділяється на п'ять різних областей з характерними режимами руху: класичний флаттер - згинання і кручення крила; флаттер контрольної поверхні - обертання поверхні та згинання крила; флаттер аеродрому - кручення фюзеляжу та крила; флаттер звалювання - кручення крила; і, нарешті, флаттер свободи тіла - згинання крила і тангаж фюзеляжу.

Флаттер - це явище динамічної нестабільності, що виникає під час польоту при досягненні певної швидкості, відомої як швидкість флаттера. Еластичні властивості конструкції відіграють ключову роль у нестабільності нерухомих поверхонь, таких як крило або стабілізатор, а також на керуючих поверхнях, таких як елерон або руль висоти. У цьому контексті флаттер може призводити до самозбуджених коливань конструкції, що, в свою чергу, може призвести до серйозних проблем і навіть руйнування повітряного апарату. Забезпечення стійкості та запобігання флаттеру є важливою задачею в конструкції повітряних суден.

Флаттер лопаток є явищем самозбуджуваних коливань лопаток, спричинених взаємодією структурно-динамічних і аеродинамічних сил. Це представляє собою серйозну проблему для турбомашин, оскільки виникає різниця у фазах вібрацій між лопатками. Діаграма Кемпбелла ілюструє, що це явище спостерігається на частотах, дуже близьких до частоти резонансу лопатки. У цьому контексті структурні сили переважають, оскільки аеродинамічні сили не мають значного впливу на частоту коливань. Забезпечення стійкості і уникнення флаттеру лопаток є важливим завданням при проектуванні та експлуатації турбомашин, оскільки це може призвести до серйозних проблем і навіть поломок обладнання.

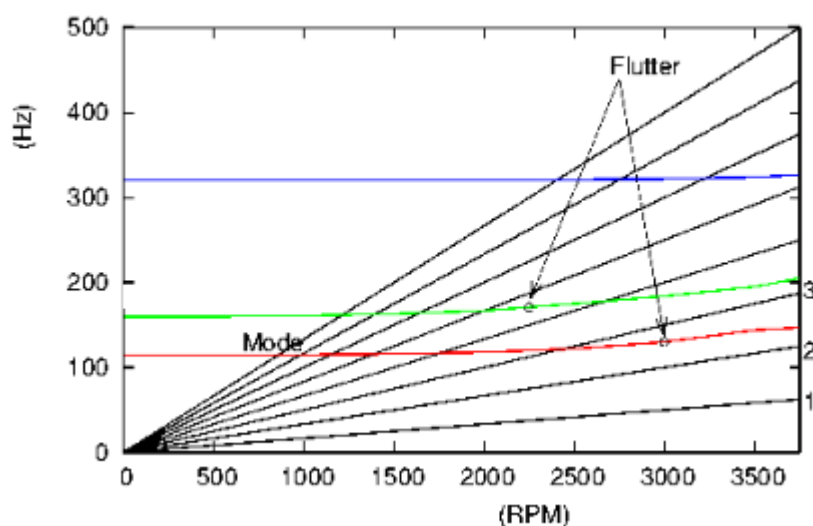


Рисунок.5.1 . Діаграма Кемпбелла

Так, *акустичний флаттер* може виникати в компресорах і вентиляторах внаслідок поширення та відбиття звуку з ефектом сусіднього ряду лопаток, що є близьким до резонансу акустичних режимів. Це явище може виникнути, коли звук, вироблений однією лопаткою або рядом лопаток, взаємодіє з іншими лопатками в системі. Якщо ця взаємодія відбувається на частотах, близьких до акустичних резонансів, це може призвести до самозбуджуваних акустичних коливань, що впливають на роботу компресора чи вентилятора.

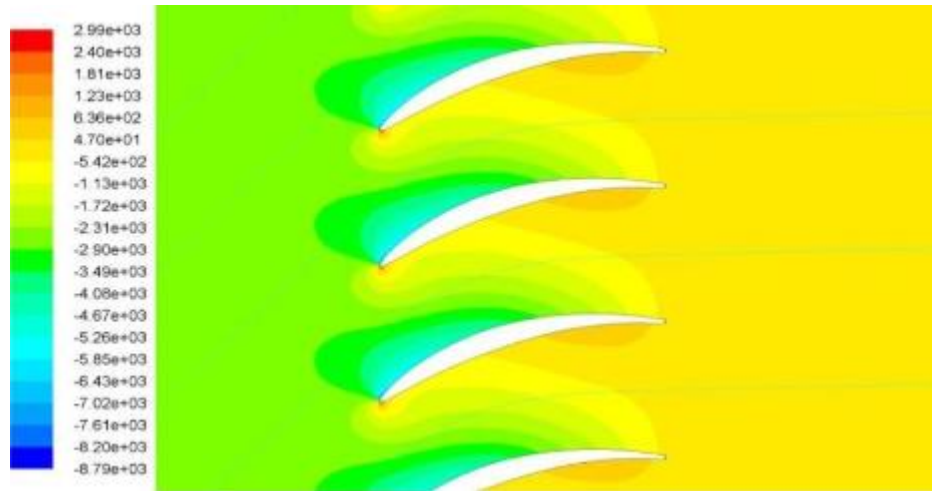


Рисунок.5.2. Акустичне тремтіння

Дросельний флаттер виникає, коли сильна ударна хвиля душить канал міжлопатевого простору. У цьому випадку стійкий потік є дозвуковим до і після ряду лопаток, але в міжлопатевому каналі він стає надзвуковим. Сильна ударна хвиля перекриває канал від боку всмоктування до боку нагнітання.

Це явище може виникнути в системах з компресорами або вентиляторами, де важливо контролювати потік повітря через міжлопатевий канал. Дросельний флаттер може призвести до нестабільних коливань і важко контролюється через взаємодію між аеродинамічними та динамічними факторами в системі.

5.1.2. Несинхронні коливання

Несинхронні вібрації можуть виникати у вентиляторі, компресорі та турбіні турбомашини. У випадку лопаток газової турбіни ці збурення поширюються по колу і викликають неперіодичні коливання лопаток. Особливу увагу слід звернути на те, що розподіл збурень може змінюватися під впливом коливань лопатки, що може призводити до взаємодії рідина-структура з критичними для безпеки амплітудами.

При певних кутах атаки за крилом відбувається вихроутворення і формування вихорів. Ці вихори створюють нестаціонарні періодичні сили на конструкцію, викликаючи структурні коливання. Проблема стає особливо серйозною, коли частота вихрового скидання збігається з власною частотою коливань конструкції, спричиняючи резонанс та можливе руйнування

конструкції. Збурення, викликані вихорами, є значущим фактором, який слід враховувати при проектуванні та експлуатації турбомашин.

5.1.3. Силове реагування

Розглядається аеропружне явище Force Response, що виникає від реакції системи на зовнішнє аеродинамічне збудження, також викликане атмосферою турбулентністю чи поривами на крилі літака. Частота збудження може бути пов'язана з частотою власних коливань. У випадку, коли частота зовнішнього збудження збігається з частотою власних коливань, виникає резонанс.

Також, буде проаналізовано зовнішні сили, які можуть викликати динамічну реакцію сил стійкості:

- Хвилі, ініційовані в'язкою природою та виникають при задньому ударі по передній кромці наступної сирії речовини;
- Збурення потенційного поля, породжене рухом компонентів, які змінюють потенційне поле;
- Вихрові завихрення на задній кромці, які впливають на передню кромку наступного ротора-статора;
- Ударні хвилі, які за певних умов можуть впливати на різні компоненти.



Рисунок.5.3. Вихрові завихрення

Ці аеродинамічні впливи важливі для аналізу, оскільки можуть викликати нестабільні коливання та резонанс, що потребує уважного вивчення та управління в процесі проектування і експлуатації системи.

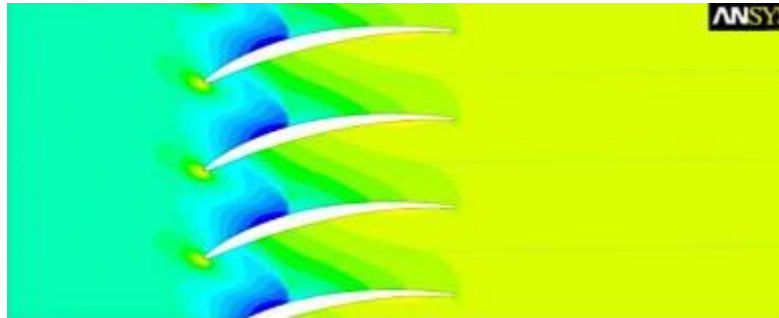


Рисунок.5.4. Силова реакція від ударних хвиль

Порив є основним потенційним джерелом зовнішніх впливів на крило літака та поверхні управління. У метеорології порив визначається як раптове збільшення швидкості вітру вище середньої швидкості. З більш конкретних параметрів, швидкість вітру повинна тимчасово перевищити 16 вузлів (близько 30 км/год) після прискорення щонайменше на 9-10 вузлів (близько 17-19 км/год), щоб вважатися поривом.

5.2 Нестабільність

Цитату з Sisto, F., 1978 "Сучасний курс аеропружності" можна використовувати для кращого розуміння феномену флаттера та його впливу на аеропружні конструкції. Зазначено, що флаттер є "найбільш драматичним фізичним явищем в області аеропружності"[20], і це дійсно серйозне явище, яке може призвести до катастрофічного руйнування конструкції.

У визначенні нестабільності в тексті робиться акцент на тому, що нестабільність є "самозбуджуваною" і зростає експоненціально. Це означає, що коливання починаються і підсилюються самі собою, без примусових зусиль зовнішніх чинників. Також відзначається, що зростання нестабільності може вести до лінійного руйнування через збільшення амплітуди, що є важливим для розуміння можливих наслідків.

Зазначене розрізнення між лінійною та нелінійною нестабільністю допомагає визначити різні аспекти цього явища.

У лінійній системі нестабільність може вести до експоненційного зростання, що призводить до руйнівного руйнування. Важливо враховувати ці

аспекти при проектуванні та аналізі аеропружних систем для забезпечення їхньої стійкості та надійності.

В нелінійній системі на початку спостерігається експоненційний ріст руху. При значних нелінійностях в системі виникають коливання граничного циклу з великою амплітудою, що сприяє виникненню надмірних вібрацій і втоми. Таким чином, після виявлення нестійкості, важливо зауважити, що резонанс вимагає зовнішнього збудження і може зростати лише лінійно. У цьому контексті власні частоти системи не можуть сходитися з частотою зовнішнього збудження, оскільки це є самоіндукованими коливаннями.

Нестійкості можна класифікувати як нелінійні стійкості, де нестабільна самозбуджена вібрація дозволяє конструкції витягувати енергію з вихорів фон Кармана і часто приводить до катастрофічного руйнування. Це динамічне явище, відоме як динамічна нестабільність, може виникати через такі фактори, як розшарування рідини, механічний гістерезис та інші, що призводять до виникнення вихрових коливань, вихрових індукованих коливань або буферних режимів.

Додатково, нестійкість пари режимів може проявлятися у вигляді класичного згинання і кручення. Це відбувається, коли аеродинамічні сили, пов'язані з рухом у двох режимах коливань, спричиняють небажане поєднання режимів у парі. Феномен флаттера поділяється, принаймні, на п'ять різних областей, кожна з яких має свої характерні режими руху: класичний флаттер - згинання та кручення крила; флаттер контрольної поверхні - обертання поверхні та згинання крила; флаттер аеродрому - кручення фюзеляжу та кручення хвоста; флаттер звалювання - кручення крила; і, нарешті, флаттер свободи тіла - згинання крила та тангаж фюзеляжу.

5.3 Аеропружна модель: Система з демпфування вільних коливань

Вібрації визначаються як коливання механічної або структурної системи відносно положення рівноваги (Kelly, 2011) [21]. Вони класифікуються за природою на вільні та вимушені коливання. Вільні коливання виникають, коли система має початкову енергію і немає інших зовнішніх впливів. З іншого боку, вимушені коливання виникають під впливом зовнішніх сил або рухів. Якщо ці зовнішні впливи є періодичними, коливання вважаються гармонічними.

Для опису вібраційного руху необхідно враховувати кількість ступенів свободи системи та граничні умови моделювання. Системи з обмеженою кількістю ступенів свободи вважаються дискретними системами.

У даному розділі акцентується на вивченні автоколивань з одним ступенем свободи як спрощеного варіанту моделювання крила літака.

Вільні коливання можна визначити як рух системи, що не є результатом впливу жодної зовнішньої сили, а рухається переважно через початкові умови. Це означає, що система рухається, головним чином, внаслідок початкового відхилення масового елемента від положення рівноваги та/або початкової швидкості.

У випадку моделювання крила літака з одним ступенем свободи, систему можна уявити як масу, яка прикріплена до пружини, яка служить спрощеною версією фізичної моделі для зберігання кінетичної енергії, яку крило може поглиблювати. Для наближення до реальної моделі вводиться сила, що демпфує, орієнтована в напрямку, протилежному рухові, і пропорційна швидкості руху. Ця сила тертя залежить від швидкості руху, що вводить елемент в'язкості в модель.

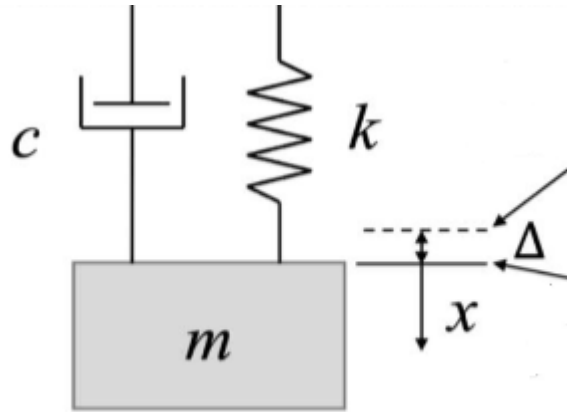


Рисунок 5.5. Система Маса-пружина з демпфуванням вільних коливань

Таким чином, застосовуючи другий закон Ньютона та представляючи вільне коливання аеродинамічного крила з одним ступенем свободи та амортизацією у вигляді пружинно-масової системи, ми можемо отримати диференціальне рівняння для амортизованого руху, що виражено наступним чином:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = 0 \quad (5.1)$$

,де m та k - матриці маси та жорсткості відповідно;

c - сила амортизації, та x - n -вимірний стовпчастий вектор узагальнених координат. Для вирішення диференціального рівняння спочатку потрібно розв'язати характеристичне рівняння:

$$m\lambda^2 + c\lambda + k = 0 \text{ припускаючи експоненціальну форму } \rightarrow x(t) = Ce^{\lambda t}$$

$$\lambda = \frac{-c \pm \sqrt{c^2 - 4mk}}{2m} \quad (5.2)$$

Таким чином, поведінка системи виключно залежить від фактора всередині кореня. Коефіцієнт критичного амортизування C_{cr} визначається як:

$$c_{cr}^2 - 4mk = 0; \quad c_{cr} = 2\sqrt{mk} = 2m\omega \quad (5.3)$$

Для зручності обчислень ми можемо виразити це рівняння через:

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad (5.4)$$

Таким чином, можна визначити коефіцієнт демпфування і незатухаючу власну частоту:

$$\zeta = \frac{c}{2\sqrt{mk}} = \frac{c}{c_{cr}}; \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (5.5)$$

Ми можемо переставити члени рівняння в порядку, щоб отримати:

$$\lambda = -\zeta\omega_n \pm \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (5.6)$$

Отже, різні сценарії в кінцевому підсумку відбудуться залежно від коефіцієнта демпфування:

1) $\zeta > 1$ (перезатухаючий рух, корені характеристичного рівняння є двома дійсними значеннями).

2) $\zeta = 1$ (критично затухаюче, корені характеристичного рівняння є двома дійсними та близькими значеннями).

3) $0 < \zeta < 1$ (при незатухаючому русі корені характеристичного рівняння є комплексно спряженими).

4) $\zeta < 0$ (реакція флаттера, нестабільність самозбудження).

5.3.1 Перезатухання

"Перезатухання" відбувається, коли коефіцієнт демпфування ζ більше одиниці. У цьому випадку корені характеристичного рівняння є двома дійсними значеннями. Отже, рішення рівняння можна визначити як:

$$\lambda_1 = -\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (5.7)$$

$$\lambda_2 = -\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (5.8)$$

Застосовуючи загальний розв'язок характеристичного рівняння, ми в кінцевому підсумку отримаємо наступний вираз.

$$\begin{aligned} X(t) &= C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \\ X(t) &= C_1 e^{(-\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})t} + C_2 e^{(-\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})t} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Граничні умови можна визначити через початкове переміщення та початкову швидкість при $t=0$:

$$\begin{cases} X(t) = 0 \\ \dot{X}(t) = 0 \end{cases} \quad (5.10)$$

Продиференціювавши рівняння переміщення за часом, отримаємо:

$$\begin{aligned} \dot{X}(t) &= C_1(-\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})e^{(-\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})t} + C_2(-\zeta\omega_n - \\ &\omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})e^{(-\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})t} \end{aligned} \quad (5.11)$$

Щоб розв'язати константи, ми можемо підставити межу умови в рівняння переміщення та швидкості. Можна легко побачити, що:

$$\begin{aligned} X_0 &= C_1 + C_2 \\ 0 &= C_1(-\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}) + C_2(-\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}) \end{aligned} \quad (5.12)$$

Отже, замінюючи одне рівняння в інше, можна дізнатися, що:

$$0 = C_1(-\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1}) + (X_0 - C_1)(-\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2 - 1})$$

$$0 = 2C_1\sqrt{\zeta^2 - 1} + X_0(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})$$

$$C_1 = \frac{X_0(-\zeta - \sqrt{\zeta^2 - 1})}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \quad (5.13)$$

$$C_2 = \frac{X_0(-\zeta + \sqrt{\zeta^2 - 1})}{2\sqrt{\zeta^2 - 1}} \quad (5.14)$$

Розглянуто рівняння руху з перезатуханням. Важливо відзначити, що обидва дійсні корені характеристичного рівняння є від'ємними числами. Це має конкретний фізичний вплив на систему. У випадку перезатухання, оскільки коефіцієнт демпфування перевищує одиницю, відновлювальна сила виявляється достатньо великою, щоб уникнути коливань системи. Таким чином, гармонічний осцилятор із зайво високим демпфуванням вільної сили не виконує коливань. Оскільки обидва показники є від'ємними, кожний розв'язок в цьому випадку пристосовується до стану рівноваги.

5.3.2 Критичне затухання

Критично демпфований рух має місце, коли коефіцієнт демпфування ζ дорівнює одиниці. Це означає, що коефіцієнт демпфування дорівнює критичному коефіцієнту демпфування. У цьому випадку коренями характеристичного рівняння є дві подібні дійсні величини. Отже, розв'язки рівняння можна сформулювати так:

$$\lambda_1 = -\zeta\omega_n \quad (5.15)$$

$$\lambda_2 = -\zeta\omega_n \quad (5.16)$$

Застосовуючи загальний розв'язок характеристичного рівняння, ми в кінцевому підсумку отримати наступний вираз.

$$\begin{aligned} X(t) &= C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t} \\ X(t) &= C_1 e^{(-\zeta\omega_n)t} + C_2 e^{(-\zeta\omega_n)t} \end{aligned} \quad (5.17)$$

Граничні умови можна визначити через початкове переміщення та початкову швидкість при $t=0$:

$$\begin{cases} X(t) = 0 \\ \dot{X}(t) = 0 \end{cases} \quad (5.18)$$

Продиференціювавши рівняння переміщення за часом, отримаємо:

$$\dot{X}(t) = C_2 e^{(-\zeta\omega_n)t} - \zeta\omega_n + (C_2 t + C_1) e^{(-\zeta\omega_n)t} \quad (5.19)$$

Щоб розв'язати константи, ми можемо підставити межу умови в рівняння переміщення та швидкості. Це легко видно що:

$$X_0 = C_1 \quad (5.20)$$

$$0 = C_2 - \omega_n C_1 \quad (5.21)$$

Отже, замінюючи одне рівняння в інше, можна дізнатися, що:

$$C_1 = X_0 \quad (5.22)$$

$$C_2 = \omega_n X_0 \quad (5.23)$$

У випадку критичної демпфованої системи аналізується рівняння руху. Існують підстави вважати, що системи з критичним демпфуванням не коливаються. Аналогічно до аналізу з надмірним демпфуванням, розв'язки характеристичних рівнянь є дійсними та від'ємними. У цьому випадку вони рівні, що призводить до особливого поведінки системи. Для заданої маси та

постійної пружини можна спостерігати, як критично демпфована система затухає швидше, ніж система з надмірним демпфуванням.

5.3.3 Незатухаючий рух

Незатухаючий рух відбувається, коли коефіцієнт демпфування ζ менш одиниці, але більше нуля. У цьому випадку критичний коефіцієнт демпфування виконує важливу роль. Корені характеристичного рівня розташування двох комплексно-спряжених пари, які можна легко використовувати за допомогою:

$$\lambda_1 = -\zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\sqrt{\zeta^2 - 1}i} \quad (5.24)$$

$$\lambda_2 = -\zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\sqrt{\zeta^2 - 1}i} \quad (5.25)$$

$$\omega_d = \omega_n\sqrt{\sqrt{\zeta^2 - 1}} \quad (5.26)$$

Де частоту ω_d можна визначити як затухаючу кутову частоту системи, яка не є періодичною. Застосовуючи загальні розв'язки до характеристичного рівняння, ми можемо отримати такий вираз:

$$X(t) = C_1 e^{\lambda_1 t} + C_2 e^{\lambda_2 t}$$

Лінійною комбінацією основних загальних розв'язків легко отримати:

$$\begin{aligned} X(t) &= C_1 \cos(\omega_d t) e^{(-\zeta\omega_n)t} + C_2 \sin(\omega_d t) e^{(-\zeta\omega_n)t} \\ X(t) &= [C_1 \cos(\omega_d t) + C_2 \sin(\omega_d t)] e^{(-\zeta\omega_n)t} \\ X(t) &= A e^{(-\zeta\omega_n)t} [\sin(\omega_d t + \varphi)] \end{aligned} \quad (5.27)$$

Де амплітуду A і фазу φ можна визначити як:

$$A = \sqrt{X_0^2 + \left(\frac{\zeta\omega_n X_0}{\omega_d}\right)^2} \quad (5.28)$$

$$\varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\omega_d}{\zeta\omega_n} \right) \quad (5.29)$$

Розглянуто недозатухаюче рівняння для руху. Коли коефіцієнт демпфування дорівнює нулю, відповідь системи є синусоїдою, і енергія розсіюється. Збільшення коефіцієнта демпфування призводить до коливань зі зменшуваною амплітудою з часом, що збільшується до стану рівноваги. Другий термін у рівнянні є від'ємним експоненціальним множником, що вказує на зменшення амплітуди. За умови $t \rightarrow \infty$, експоненційна функція

асимптотично збігається до 0, тому $x(t)$ також асимптотично збігається до рівноваги $x = 0$.

5.4 Програма MATLAB

MATLAB можна використовувати для визначення власних частот і форм режиму системи та використовувати їх для створення математичної моделі для аналізу стабільності флаттера в залежності від коефіцієнта демпфування. Основна мета цього коду - отримати форми режиму для різних значень коефіцієнта демпфування та частот. Для пікових частот, отриманих в розділі 4 Наведені в Додатках 1-7.

```
% Для того, щоб продовжити, я розділив наступний код на частини:
% 1. Оголошення змінних функції
% 2. Оголошення функції для різних коефіцієнтів демпфування
%ОГОЛОШЕННЯ ЗМІННИХ ФУНКЦІЇ:
%%
% <https://www.mathworks.com MathWorks>
cd=0; %коефіцієнт демпфування
wn=10; %власна частота
xo=1; %початкове переміщення
t=linspace(0,10,10000); %часова область
%FUNCTION ДЛЯ РІЗНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ ДЕМПФУВАННЯ:
if cd > 1 %Перезатухання
    a1 = (((-cd+sqrt((cd^2)-1))*wn*xo))/(2*wn*sqrt((cd^2)- 1));
    a2 = (((cd+sqrt((cd^2)-1))*wn*xo))/(2*wn*sqrt((cd^2)-1));
    xt=(exp(-cd.*wn.*t)).*((a1.*exp(-wn.*(sqrt((cd^2)-
1)).*t))+a2.*(exp(wn.*(sqrt((cd^2)-1)).*t)));
    Xdot=xt/xo;
    plot(t,Xdot, 'r-')
    title('Перезатухання','FontSize',14);
    grid on
    ylabel('x(t)/x0', 'FontSize',18)
    xlabel ('Wnt', 'FontSize',18)

elseif cd == 1 %Критичне затухання
    a1=xo;
    a2=wn*xo;
    xt=(a1+a2.*t).*(exp(-wn.*t));
    Xdot=xt/xo;
    plot(t,Xdot, 'b-')
    grid on
    title('Критичне затухання', 'FontSize',14);
    ylabel('x(t)/x0', 'FontSize',18)
    xlabel ('Wnt', 'FontSize',18)
```

```

else %Незатухающий рух
    wd=wn*sqrt(1-cd^2);
    A=(1/wd)*(sqrt(((cd*wn*xo)^2)+((xo*wd)^2)));
    phase=atan((xo*wd)/(cd*wn*xo));
    xt=A*sin(t*wd+phase).*exp(-cd*t*wn);
    Xdot=xt/xo;
    plot(t,Xdot, 'm-')
    title('Незатухающий рух', 'FontSize',14);
    grid on
    ylabel('x(t)/x0', 'FontSize',18)
    xlabel ('Wnt', 'FontSize',18)
end

```

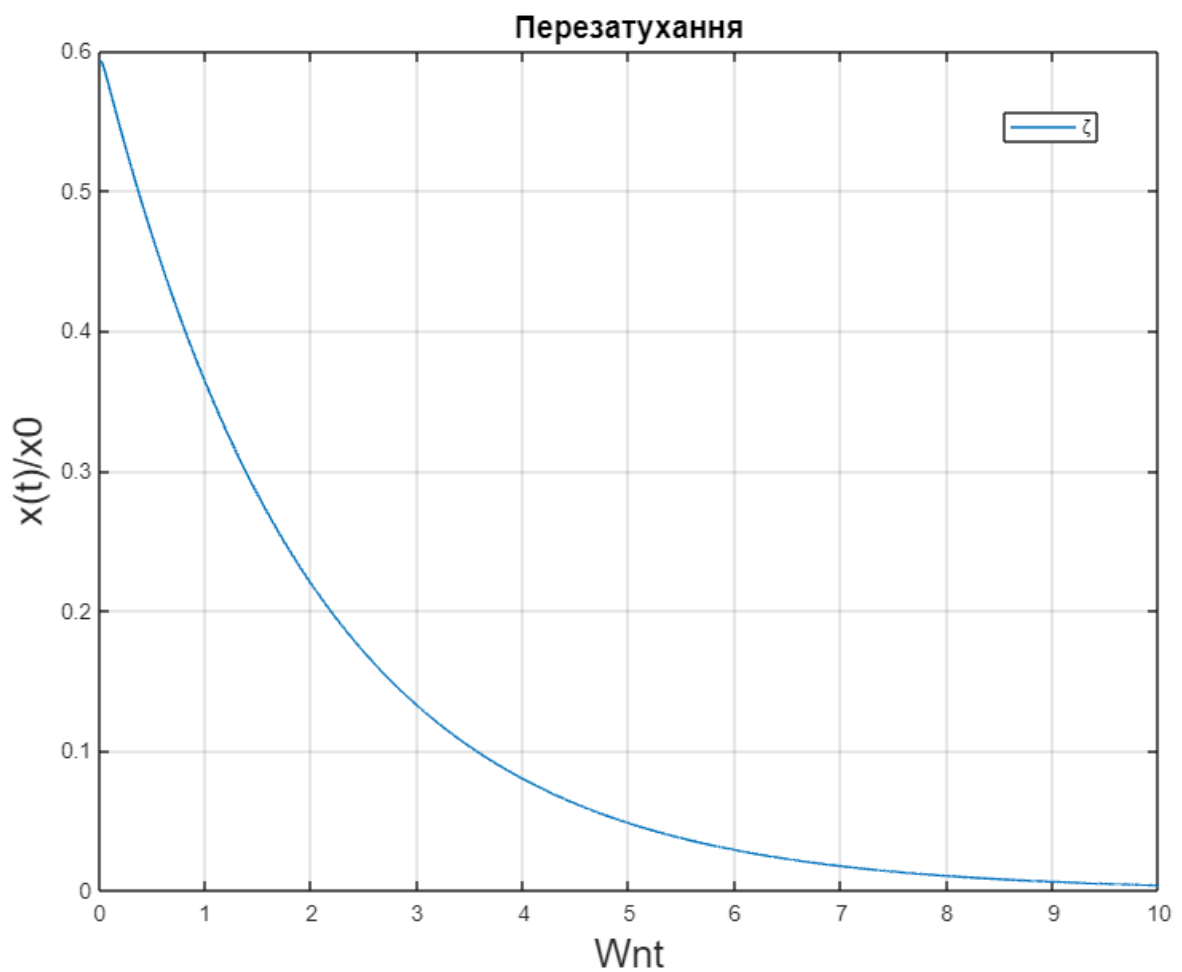


Рисунок.5.6. Перезатухання, $\omega_n = 5$, $\zeta = 5$

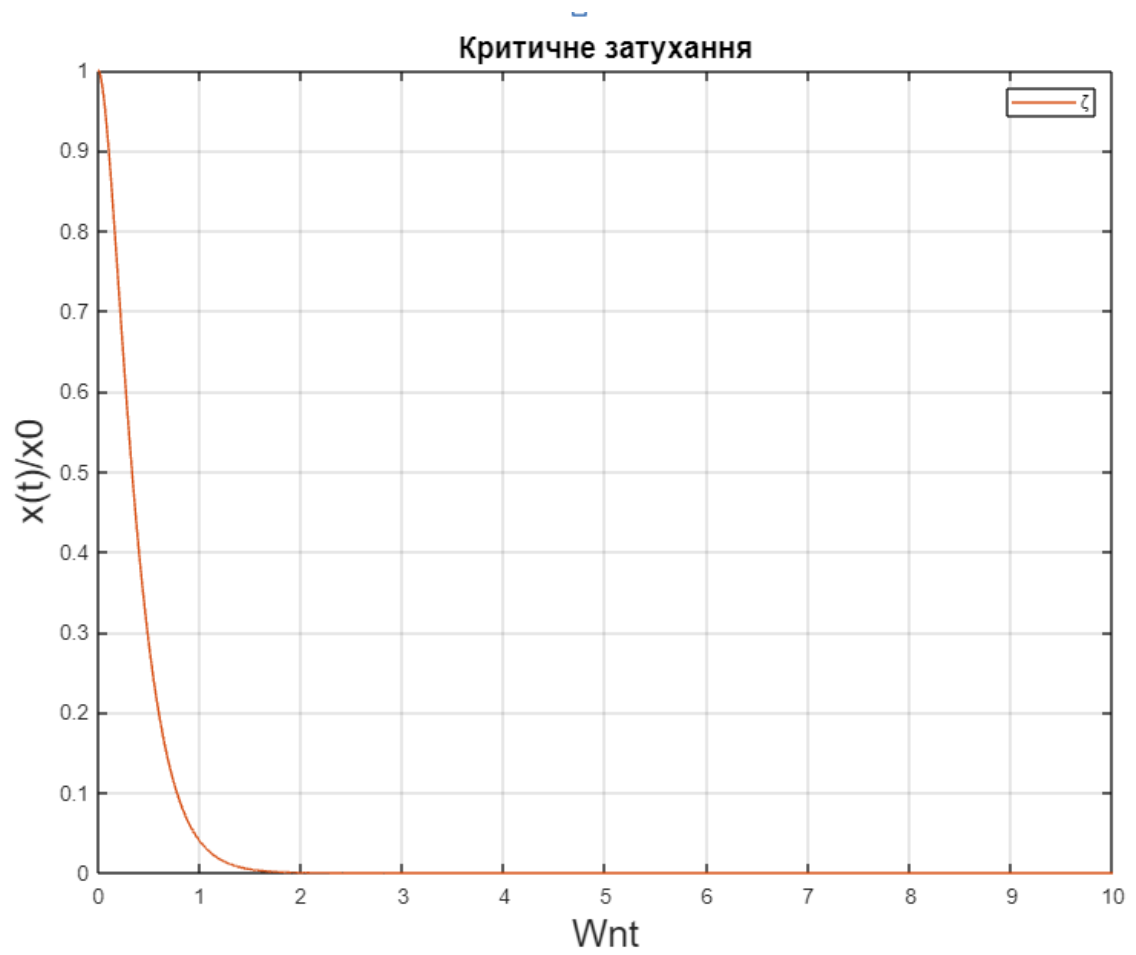


Рисунок.5.7. Критичне затухання, $\omega_n = 5$, $\zeta = 1$

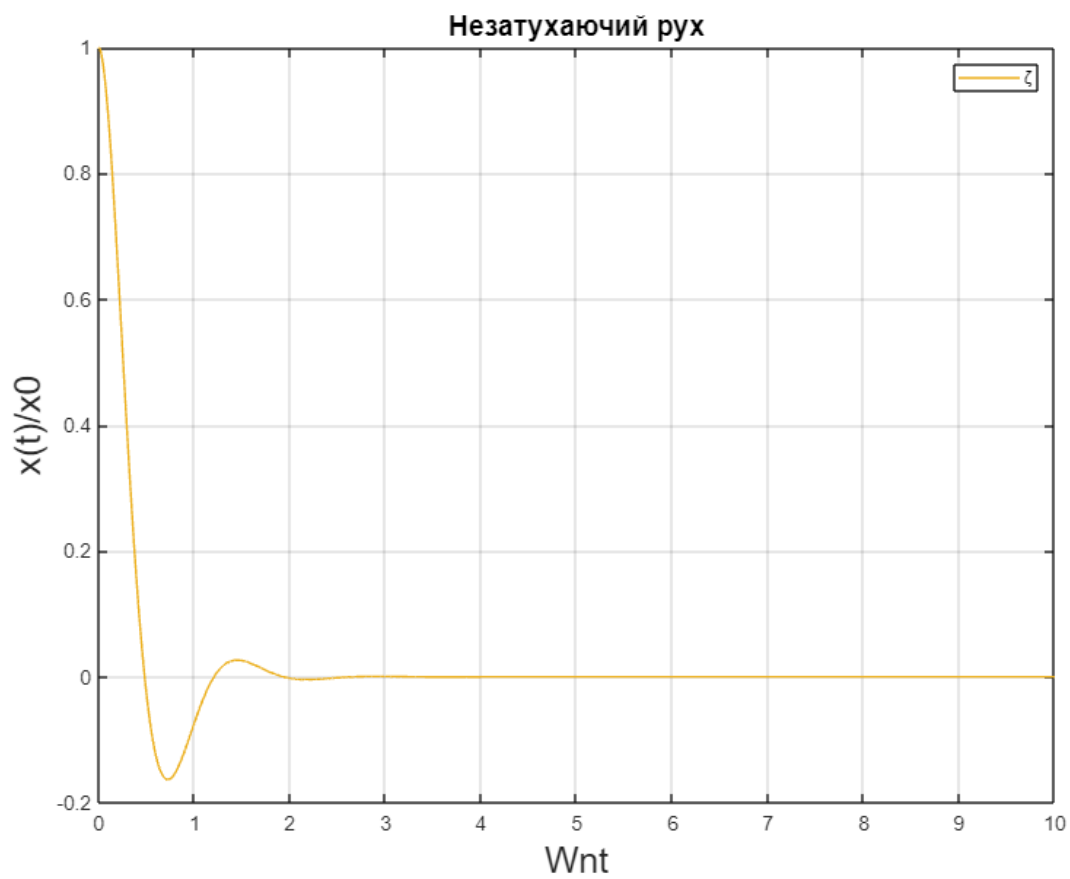


Рисунок.5.8. Незатухающий рух, $\omega_n = 5$, $\zeta = 0.5$

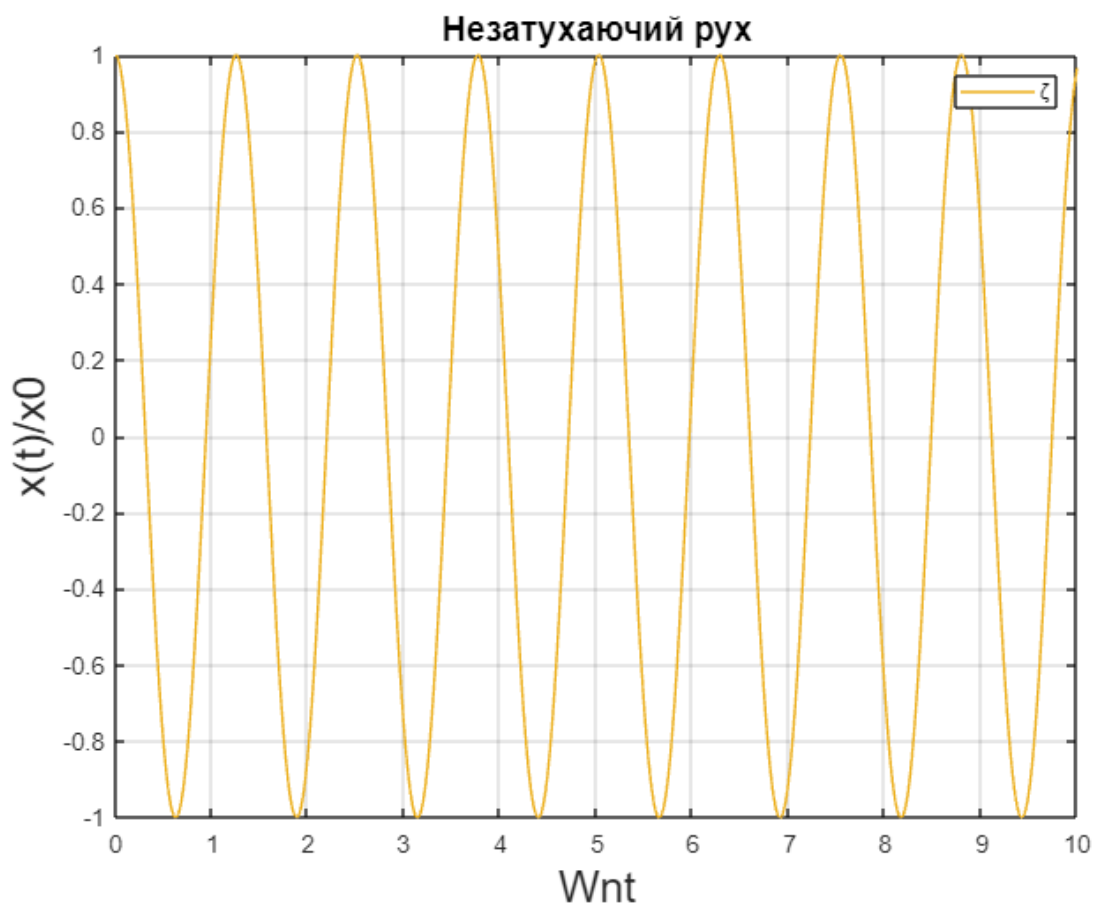


Рисунок.5.9. Незатухающий рух, $\omega_n = 5$, $\zeta = 0$

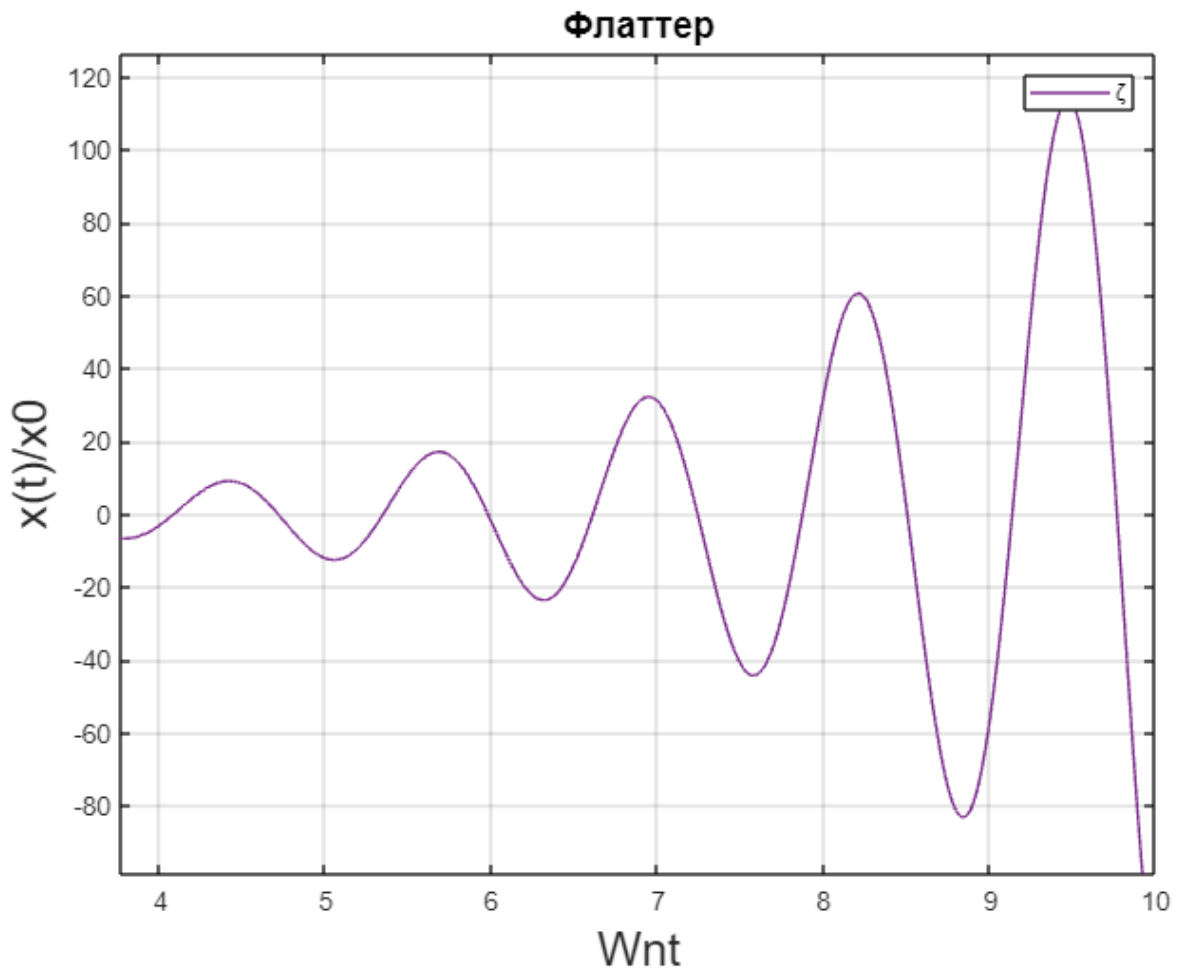


Рисунок.5.10. Незатухаючий рух, флаттер $\omega_n = 5$, $\zeta = -0,1$

Аналізуючи це явище, можна відзначити, що для перезатухання системи обидва дійсні корені характеристичного рівняння є від'ємними. Це має фізичний вплив на систему. У цьому випадку, оскільки коефіцієнт демпфування перевищує одиницю, відновлювальна сила є достатньо високою, щоб уникнути коливань системи.

Отже, гармонічний осцилятор із надмірним демпфуванням вільної сили не коливається. Оскільки обидва показники є від'ємними, кожен розв'язок у цьому випадку притягується до рівноваги. Крім того, отримано аналогічний графік із критично демпфованим відгуком, але з різницею у швидкості затухання. Як і в аналізі з надмірним демпфуванням, розв'язки характеристичних рівнянь є від'ємними та дійсними. У цьому випадку вони рівні, що дозволяє системі вести себе в дивний спосіб. Крім того, є підстави

вважати, що критично демпфовані системи не коливаються. Для заданої маси та постійної пружини ми можемо спостерігати, як затухання системи з критичним демпфуванням відбувається швидше, ніж у систем з надмірним демпфуванням. Деякі інженерні програми використовують цей стан для наближення стабільного результату.

Відмінності можна отримати при аналізі незатухаючого руху. Коли коефіцієнт демпфування дорівнює нулю, відповідь системи є синусоїдою, і енергія розсіюється. Збільшення коефіцієнта демпфування призводить до коливань, $-\sin(\omega dt - \varphi)$, хоча амплітуда постійно зменшується до стану рівноваги протягом часу. Другий член рівняння є від'ємним експоненціальним множником, що показує спад амплітуди. Коли $t \rightarrow \infty$, експоненціальна функція асимптотично збігається до 0, тому $x(t)$ також асимптотично збігається до свого положення рівноваги $x = 0$. Таким чином, точні аналітичні результати для аналізу стабільності в залежності від коефіцієнта демпфування демонструють прийнятну узгодженість.

Висновки до розділу

Високий коефіцієнт демпфування (перезатухання) утримує систему від коливань. Критично демпфовані системи швидко затухають, не генеруючи значних коливань. Незатухаючий рух спостерігається при відсутності демпфування, зберігаючи стабільність системи.

Таким чином, аналітичний аналіз показує, що коефіцієнт демпфування визначає динаміку системи, впливаючи на її стійкість і характер руху. Графічно подані різні вигляди режимів вільних коливань. Змодельована аеропружна модель як система з демпфування вільних коливань.

РОЗДІЛ 6 РОЗРОБЛЕННЯ СТАРТАП ПРОЕКТУ

6.1 Опис ідеї проекту

В розділі проведено маркетинговий аналіз стартап проекту, визначені можливості та доцільність його впровадження на ринок.

Таблиця 6.1. Опис стартап-проекту

Зміст проекту	Напрямки застосування	Вигоди для користувача
Вібраційна оцінка конструкції для її довговічності	Аерокосмічна галузь	1)Точна оцінка вібраційних характеристик
		2) Врахування варіацій режимів навантаження
		3)Можливість максимального вичерпання ресурсу

Автор представив модель, яка дозволяє визначати параметри вібрацій при багатоциклових навантаженнях. Крім того, розроблена методика для оцінки вібрацій при різних змінах характеристик навантаження в різних режимах при незмінній сумарній довговічності.

У нашій роботі конкурентами є проекти, які спрямовані на оцінку безпечного ресурсу та надійності крила літака.

6.2 Технологічний аудит

Реалізувати таку ідею можна за допомогою розрахунків.

В табл. 6.2 проведений аналіз потенційних техніко-економічних переваг даної ідеї у порівнянні з конкурентом №1.

Таблиця 6.2. Визначення сильних, слабких та нейтральних характеристик ідеї проекту

№ п / п	Техніко- економічні характеристики ідеї	W	N	S
1.	Грошові витрати		—	Мій проект конкурент
2.	Складність розрахунку	—	—	—
3.	Точна оцінка границі витривалості	Конкурент	—	Мій проект
4.	Можливість максимального вичерпання ресурсу	—	Конкурент	Мій проект

Визначення технологічної здійсненності ідеї проекту наведено в табл. 6.3.

Таблиця 6.3. технологічна здійсненність ідеї проекту

№ п/п	Ідея проекту	Технологія її реалізації	Наявність технології	Доступність технології
1.	Використання аналізу, який дозволяє визначити вібраційний характеристики для будь-яких режимів, що розповсюджується по всій області циклічних навантажень.	Теоретичний розрахунок	є	є
		Практичне використання		
Обрана технологія може бути реалізована				

По показникам характеристики стану ринку можна зробити висновок, що даний проект є рентабельним.

Визначення потенційних груп клієнтів.

Групи потенційних клієнтів можна розділити на первинних і вторинних користувачів продукту. Першовідвідною групою є сектор авіації. Далі ми визначимо потенційні групи клієнтів у таблиці 6.4.

Таблиця 6.4. Характеристика потенційних клієнтів стартап- проекту

№ п/п	Потреба, що формує ринок	Цільова аудиторія	Відмінності у поведінці різних потенційних цільових груп клієнтів	Вимоги споживачів до товару

1.	Руйнування агрегатів шасі	Аерокосмічна галузь	фінанси	Точність методики та розширення можливостей абсолютного використання ресурсу
----	---------------------------	---------------------	---------	--

Продовження таблиці 6.4

Після визначення потенційних груп клієнтів проводимо аналіз ринкового середовища, утворюючи таблицю факторів, які сприятимуть виведенню проекту на ринок, а також враховуємо фактори, які можуть цьому завадити (див. таблицю 6.5).

Таблиця 6.5. Фактори загроз

№ п/п	Фактор	Зміст загрози	Можлива реакція компанії
1.	Збільшення собівартості	Зменшення попиту використання	Вдосконалення вже існуючих методик
2.	Розробка покращеної методики		

Таблиця 6.6. Фактори можливостей

№ п/п	Фактор	Зміст можливості	Можлива реакція компанії
1.	Не потребує великих затрат на використання	Економність	Достойна оплата праці
2.	Підвищений попит у аерокосмічній галузі	Проведення ремонтних робіт	Збільшення парку рухомого складу залізниці

Надалі проведемо аналіз пропозиції, визначивши загальні риси конкуренції на ринку (табл.6.7).

Таблиця 6.7. Ступеневий аналіз конкуренції на ринку

Особливості конкурентного середовища	В чому проявляється дана характеристика	Вплив на діяльність підприємства
Тип конкуренції олігополія	Невелика кількість підприємств, які ведуть між собою здебільшого нецінову конкуренцію.	Не відрізняється помітним впливом
Національний рівень конкурентної боротьби	Даний ринок достатньо відкритий	Помітний вплив на модернізації галузі
Внутрішньогалузева ознака	Боротьба ведеться між методиками розрахунків	Заощадження коштів в наслідок введення методики
Товаро-родова конкуренція за видом методики	Здатність задовольнити потреби галузі	Не велика кількість конкурентів
Нецінова конкуренція	Підвищення якості методики в порівнянні з іншими	Робота над постійним покращенням методики
Марочна інтенсивність	Розглядаємо в якості конкурентів схожі методики	Незалежність від ринку

У зв'язку з конкурентною обстановкою, існує можливість виходу на ринок у відповідній галузі. Для успішного конкурування на ринку проекту необхідно створити програмне забезпечення, що дозволить швидко виконувати розрахунки за використанням методики.

Враховуючи характеристики ідеї проекту з таблиці 6.2, вимоги споживачів до товару з таблиці 6.4 та фактори маркетингового середовища з таблиць 6.5-6.6, визначаємо та обґрунтовуємо перелік факторів, які впливають на конкурентоспроможність. Аналіз результатів фіксується в таблиці 6.8.

Таблиця 6.8. Обґрунтування факторів конкурентоспроможності

№ п/п	Фактор конкурентоспроможності	Обґрунтування (наведення чинників, що роблять фактор для порівняння конкурентних проектів значущим)
1	Менша потреба у витратах	Для методики розрахунку мала необхідність в затратах
2	Точність розрахунків	Удосконалення отримання результатів
3	Використання отриманих даних	Максимальне вичерпання ресурсу

Враховуючи визначені фактори конкурентоспроможності з таблиці 6.8, ми проведемо аналіз переваг та недоліків мого стартап-проекту у таблиці 6.9.

Таблиця 6.9. Порівняльний аналіз сильних та слабких сторін
«Використання схеми закріплення СтАЗФ вогнепального перелому під кутом
60»

№ п/п	Фактор конкурентоспро можності	Бали 1-20	Рейтинг методики у порівнянні з проектом конкурента						
			-3	-2	-1	0	1	2	3
1	Менша потреба у витратах	20					●		
2	Точність розрахунків	20			●				
3	Використання отриманих даних	20					●		
4	Точність розрахунку в проекті	15					●		

Останнім етапом аналізу ринкових можливостей для впровадження проекту є створення SWOT-аналізу. Ця матриця включає аналіз сильних (Strength) та слабких (Weak) сторін, а також загроз (Troubles) та можливостей (Opportunities) на основі ринкових загроз та можливостей, а також сильних і слабких сторін, які були визначені (див. таблицю 6.9).

Перелік ринкових загроз та можливостей формується на підставі аналізу факторів, які призводять до загроз та створення можливостей у маркетинговому середовищі. Ринкові загрози та можливості представляють собою можливі наслідки впливу цих факторів і, відмінно від них, ще не реалізувалися на ринку, маючи певний ступінь ймовірності реалізації.

Таблиця 6.10. SWOT- аналіз стартап-проекту

Сильні сторони: Безпечне вичерпання ресурсу елементів	Слабкі сторони: відсутність програмної підтримки методики
Можливості: завоювання всієї галузі	Загрози: розробка точнішої методики

На підставі SWOT-аналізу розробляються різні варіанти стратегій ринкової поведінки для введення стартап-проекту на ринок, і при цьому враховується орієнтовний оптимальний час їхньої реалізації, враховуючи потенційні проекти конкурентів, які також можуть вийти на ринок. Розглянуті альтернативи аналізуються з урахуванням строків та ймовірності отримання необхідних ресурсів, як вказано у таблиці 6.11.

Таблиця 6.11. Альтернативи ринкового впровадження стартап- проекту

№ п/п	Альтернатива ринкової поведінки	Ймовірність отримання ресурсів	Строки реалізації
1	Публічне ознайомлення, перевірка з існуючими методиками (аналогами), державне затвердження	Висока	6 місяців
2	Публічне ознайомлення, перевірка на справжньому експерименті, державне затвердження	Висока	2 роки

Серед представлених альтернатив ми обираємо першу, оскільки отримання необхідних ресурсів у цьому випадку вважається більш простим і ймовірним, а строки реалізації проекту є більш короткими.

Серед представлених альтернатив ми обираємо першу, оскільки отримання необхідних ресурсів у цьому випадку вважається більш простим і ймовірним, а строки реалізації проекту є більш короткими.

Першим етапом у розробці ринкової стратегії є визначення стратегії охоплення ринку, що включає опис цільових груп потенційних споживачів, як вказано в таблиці 6.12.

Таблиця 6.12. Вибір цільових груп потенційних споживачів

№ п/п	Опис профілю цільової групи потенційних клієнтів	Готовність споживачів сприйняти продукт	Орієнтовний попит в межах цільової групи	Інтенсивність конкуренції в сегменті	Простота входу у сегмент
1	ДП «Антонов»	Повністю готові	Високий	Середня	Просто

Для роботи в обраному сегменті ринку необхідно сформувати базову стратегію розвитку (табл.6.13).

Таблиця 6.13. Визначення базової стратегії розвитку

Обрана альтернатива розвитку проекту	Стратегія охоплення ринку	Ключові конкурентоспроможні позиції відповідно до обраної альтернативи	Базова стратегія розвитку
Альтернативна	Охоплення на 70-80 %	Конк.№1 та Конк№2	Спеціалізація

Далі виберемо стратегію конкурентної поведінки (табл.6.14).

Таблиця 6.14. Визначення базової стратегії конкурентної поведінки

Чи є проект “першопроходцем” на ринку?	Чи буде компанія шукати нових споживачів, або забирати існуючих у конкурентів?	Чи буде компанія копіювати основні характеристики товару конкурента, і які?	Стратегія конкурентної поведінки
Ні	Так	Копіювати лише загально використані ідеї	Стратегія заняття галузі

Цей підрозділ завершується з узгодженою системою рішень щодо ринкової стратегії стартап-компанії, яка буде визначати основні напрямки її діяльності на ринку, зокрема:

- Використання сучасних технологій у рамках проекту.
- Фокусування діяльності компанії лише в заданій ніші ринку.

6.3 Розроблення маркетингової програми стартап- проекту

Перший етап передбачає розроблення маркетингової концепції продукту, який буде представлений споживачеві. Для цього ми узагальнюємо результати попереднього аналізу конкурентоспроможності товару у таблиці 6.15.

Таблиця 6.15. Визначення ключових переваг концепції потенційного товару

№ п/п	Потреба	Вигода, яку пропонує товар	Ключові переваги перед конкурентами
1.	Не потребує великих затрат на розрахунки	Зменшення собівартості	Достойна оплата праці

2	Підвищений попит у аерокосмічній галузі	Збільшення виробництва та ремонту	Збільшення кількості працівників
---	---	-----------------------------------	----------------------------------

Продовження таблиці 6.15

Після цього ми визначаємо оптимальну систему збуту, в межах якої приймаються рішення, як це відображено у таблиці 6.16.

Таблиця 6.16. Формування системи збуту

Специфікація закупівельної поведінки цільових клієнтів	Функції збуту, які має виконувати постачальник товару	Глибина каналу збуту	Оптимальна система збуту
Одноразова покупка	Інформування	Глибока	Державне затвердження методики

Останнім етапом маркетингової програми є розроблення концепції маркетингових комунікацій, що ґрунтується на вже обраному основному принципі позиціонування та визначеній специфіці поведінки клієнтів, як вказано у таблиці 6.17.

Таблиця 6.17. Концепція маркетингових комунікацій

Специфіка поведінки цільових клієнтів	Канали комунікацій, якими користуються цільові клієнти	Ключові позиції, обрані для позиціонування	Завдання рекламного повідомлення	Концепція рекламного звернення
Комунікабельні	Мережа інтернет, наукові праці	Реклама методики на конференціях	Розширення цільових клієнтів	Показати, що наша методика краща та доцільніша

Результати маркетингового дослідження вказують на наступне:

- даний стартап-проект є актуальним, оскільки може прискорити процес перевірки та розробки деталей.
- невелика кількість конкурентів на ринку.
- унікальність ідеї проекту.
- введення на ринок є абсолютно доцільним та прибутковим.

Висновки до розділу

Впроваджено модель для визначення параметрів вібрацій під впливом багатоциклових навантажень та розроблено методику оцінки вібрацій при змінних характеристиках навантаження для різних режимів при незмінній сумарній довговічності. У контексті конкурентного аналізу, проект порівнюється з іншими ініціативами, спрямованими на оцінку безпечного ресурсу та надійності крила літака.

З результати маркетингового дослідження вказують на актуальність стартап-проекту та його потенційну успішність на ринку. Зазначено, що проект може значно прискорити процеси перевірки та розробки деталей, що важливо в сучасному конкурентному середовищі. Також відмічено невелику кількість конкурентів на ринку, унікальність ідеї та доцільність введення на ринок.

В узагальненні, стартап-компанія має узгоджену систему рішень для ринкової стратегії, включаючи використання сучасних технологій у проекті та фокусування на визначеній ніші ринку. Загальний висновок полягає в тому, що проект є перспективним, забезпечуючи підстави для успішного введення на ринок та досягнення конкурентної переваги.

ВИСНОВКИ

У даній магістерській роботі сформована математична модель крила літака в умовах випадкової вібрації, використовуючи методи структурного, модального та вібраційного моделювання в середовищі Ansys Workbench. В дослідженні наводиться характеристика власних вібраційних коливань та розглядаються аспекти виникнення випадкової вібрації. Особлива увага приділяється проведенню розрахунків та аналізу потенційно небезпечних явищ, породжених зовнішніми факторами, які можуть впливати на структурну цілісність та ефективність літака.

Визначено основні методи віброзахисту та причини виникнення вібрації. Змодельовано за допомогою динамічної моделі небезпечних явищ аеропружності. Надано оцінку математичну оцінку виникненню умов дивергенції та флаттера.

Процес відгуку, пов'язаний із випадковою вібрацією, проаналізований та визначені його характерні властивості за допомогою статистичних та імовірнісних методів. За допомогою математичної моделі описано вплив перевищення значення рівня вібрацій на елементи ЛА в стійкому стані.

Результати числового модального аналізу та аналітичного методу порівнюються у даній роботі. Зафіксовано, що власні частоти, отримані обома методами. Важливо відзначити високу відповідність результатів обох методів у першому режимі. Однак зі збільшенням номера моди спостерігається зростання коефіцієнта похибок між числовим та аналітичним методами. Порівняння результатів числового модального аналізу та теоретичного підходу для консольної балки також виконано. Зауважено, що отримані власні частоти з обох підходів відзначаються високою відповідністю. Підтвердження правильності числового модального аналізу крила літака отримано через перевірку модального аналізу консольної балки.

Визначено оптимальний матеріал силової структури крила для виготовлення крила призначеного для дозвукового польоту, провівши

структурний аналіз. У ході отримано дані основних структурних параметрів: повна деформація, еквівалентне напруження, максимальне основне напруження, еквівалентну деформацію.

У процесі модального аналізу було визначено 10 режимів для спостереження форм коливань конструкції крила літака, яка була моделювання як консольна балка. Даний аналіз включав в себе ретельне вивчення деформацій у всіх цих режимах для дослідження вібраційної поведінки крила.

Отримані результати дозволяють ідентифікувати та інтерпретувати режими згину та кручення, базуючись на формах коливань. Представлені перші 10 власних частот, які вказують на характеристики коливань крила в кожному режимі. Ці результати стануть основою для детального аналізу вібраційної динаміки крила літака та нададуть цінну інформацію для подальших розділів дослідження. Також визначено оптимальний матеріал силової структури крила для виготовлення крила призначеного для звукового польоту.

Розглянуто широкий спектр режимів для моделювання випадкових вібрацій. Отримано графік щільності спектра потужності, деформацію та напругу у ймовірних випадках. Знайдено найбільш небезпечні режими серед частот. Графічно описано форми режимів в системі з демпфування вільних коливань.

Отримані результати мають практичне значення, оскільки був розроблений підхід до вібраційного аналізу моделі крила. Цей підхід може служити важливим прикладом аналізу вібрацій у подібних літальних апаратах, допомагаючи у попередньому дослідженні перед проектуванням літаків цього класу.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. 17.160 Vibrations, shock and vibration measurements. Including measuring instruments and installations URL: <https://www.iso.org/ics/17.160/x/>.
2. Житомирський Г.І. “Конструкція літаків. М: Машинобудування”. 1992.
3. Комаров А.А., Кудінов А.А., Зінченко В.І. Конструкція та експлуатація повітряних суден.-М: "Транспорт". 1984.
4. Gröhlich, Martin and Bauer, Robin and Böswald, Marc 2021 Viskoelastische Dämpfungsoptimierung von Flugzeugflügeln. 2021. p.43
5. Ozbek, M., Meng, F., Ricksen, D., 2013. p.57
6. Problems of testing and monitoring vibration characteristics of wind turbines during operation. Mechanical systems and processing. of signals, 41(2), 649-666. doi: <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2013.07.023>
7. Hearn, G., René, T. 1991. Modal analysis for damage detection in structures. Journal of Civil Engineering, p.3042-3045.
8. Erdener, O., Yavuz, Yu., 2003. c.33-35
9. Dutton S., Kelly D., Baker A., 2004. Performance of magneto-electroelastic systems p.22-24
10. Yang, Y., Wu, Z., Yang, C., 2012. Equivalent Plate Modeling for Complex Configuration. International Conference on Computer Modeling and Simulation, p. 409-413.
11. Khadze, N., Zaveri, S., 2015. Modal analysis of an aircraft wing using the Ansys Workbench software package. International Journal of Engineering Research and Technology, 4(7), p.225-227.
12. Sureka, K., Meher, S., 2015. Modeling and structural analysis of an A300 aircraft wing using ANSYS. International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research, 4(2), p.123-128.
13. Banerjee, J., 2016. Modal analysis of sailplane and transport aircraft wings using the dynamic stiffness method. p.10-12

14. Kuntoji, N., Kuppast, V., 2017. Investigation of an aircraft wing with emphasis on vibration characteristics. *International Journal of Engineering Research and Applications*, 7(4), p.1-8.
15. Saran, V., Jayakumar, V., Bharathiraja, G., Jasim, K. S., Ragul, G., 2017. Natural frequency analysis for an aircraft wing structure under prestress conditions. *International Journal of Mechanics Engineering and Technology*, 8(8), p.1118-1121.
16. Ozaki T. Nonlinear Time Series Models for Nonlinear Random Oscillations. *J Appl Probab* 1980; 17: p.84–88.
17. Sten P, Sten M. Study of spectral analysis of random oscillations for nonlinear oscillators. *Univ Pitesti Sci Bull Automot Ser* 2017; 27: p.96–98.
18. Talagrand M. Processes related to Gaussian processes. A: Upper and lower bounds of stochastic processes. Springer-Verlag, 2014, p. 233
19. Airfoil Tools, <http://www.airfoildata.com>
20. Dowell, E.H. and Sisto, F. (1978); *Modern course in Aeroelasticity*". Sisto, F. p.28-30
21. S. Graham Kelly *"Mechanical Vibrations: Theory and Applications"* p.59-61